

Über die Mesonen-Vielfacherzeugung bei Nukleonenstößen hoher Energie

von

LÜBBO VON LINDERN

1961

Über die Mesonen-Vielfacherzeugung
bei Nukleonenstößen hoher Energie

Inaugural - Dissertation
zur
Erlangung der Doktorwürde
der
Naturwissenschaftlichen Fakultät
der

Ludwigs-Maximilians-Universität München

vorgelegt
von

Lübbo von Lindern





Berichterstatter: Prof. Dr. W. Heisenberg

Tag der mündlichen Prüfung: 26. Juli 1961

Über die Mesonen-Vielfacherzeugung bei Nukleonenstößen hoher Energie

Zusammenfassung

Vorbemerkung

Definition des Problemkreises

1. Hinweise, Untersuchungsmöglichkeiten und Beispiele
2. Energetische Voraussetzung und Beziehung zwischen L- und S-System
3. Vielfach- oder Mehrfacherzeugung ?
4. Nachweis der Vielfacherzeugung
5. Mesonen-Vielfacherzeugung bei Antiproton-Annihilation

Phänomenologie der Vielfacherzeugung

1. Teilchenzahl, Teilchensorten und Wirkungsquerschnitte
2. Winkelverteilung der erzeugten Teilchen
 - a. Voraussetzungen, um Aussagen im S-System zu erhalten und Begründung des Auswerteverfahrens
 - a₁) Einzentrenvorstellung und kinematische Beziehungen
 - a₂) Zweizentrenvorstellung
 - a₃) Begründung des Auswerteverfahrens
 - b. Analyse der experimentell bestimmten Winkelverteilungen
 - b₁) Verteilung der räumlichen Winkel zur Stoßachse
 - b₂) Zur Frage azimuthaler Abweichungen von Rotations-symmetrie
 - c. Folgerung aus der Winkelanalyse
3. Energieübertragung und Energiespektrum bei Vielfacherzeugung
 - a. Voraussetzungen und Grenzen der Energiebestimmung im S-System und Begründung des Auswerteverfahrens
 - b. Beobachtete Transversalimpulse und Vergleich der aus unseren Winkelverteilungen erhaltenen Werte der mittleren Sekundärenergien.
 - c. Inelastizität als Maß der Energieübertragung
 - d. Das Energiespektrum der erzeugten Teilchen

4. Zur Kopplung der Parameter von Primärenergie, Winkelverteilung und Inelastizität
5. Zusammenfassung der phänomenologischen Daten

Modellvorstellungen und Vergleich mit experimentellen Daten

1. Modellvorstellungen als Voraussetzung für die phänomenologische Beschreibung im S-System
2. "Statistisches" Modell
3. Heisenberg-Modell
4. Zusammenfassung der modellmäßigen Aussagen und Hinweise auf einige andere Betrachtungsweisen

Schlußbemerkung

Anhang

1. Kinematik der Transformation
2. Transformationskurven
3. Näherungen
4. Verzeichnis der ausgewerteten Ereignisse
5. Transformations-Diagramm eines vermessenen Schauers
6. Meßfehler
7. Verzeichnis der in der Literatur angegebenen Ereignisse

Literaturhinweise

Lebenslauf

Zusammenfassung

Einige Eigenschaften der Vielfacherzeugung von Teilchen werden an harten Schauern ("Jets") untersucht. Sie wurden von der kosmischen Strahlung in Kernemulsionen ausgelöst. Ihre Primärenergien sind größer als 10^{10} eV.

Da die Energien in den meisten Fällen zu groß sind, um noch direkt meßbar zu sein, wurde versucht, möglichst viel Information allein aus den leichter meßbaren Winkelverteilungen zu erhalten. Auswerteverfahren, die die Kinematik der Prozesse berücksichtigen, werden angegeben und erprobt.

Im Vergleich mit den Ergebnissen anderer Autoren wird geprüft, wie weit sich aus den ermittelten Winkel- und Energieverteilungen heute schon Schlüsse über den Stoßvorgang und die Vielfacherzeugung ziehen lassen.

Modellvorstellungen werden, wo ihre Aussagen mit den Experimenten vergleichbar sind, herangezogen, um Anhaltspunkte für weitere Untersuchungen zu finden.

Wenn alle Teilchen von einem gemeinsamen Wechselwirkungsvolumen emittiert wurden, ist ihre Winkelverteilung im Schwerpunktsystem anisotrop im Sinne Heisenbergs oder Landaus. Die Voraussetzungen des Zweizentrenmodells im Sinne Takagis können im Laborsystem zu ähnlichen Winkelverteilungen führen wie eine Anisotropie im Einzentrenmodell. Bis jetzt kann noch nicht für eine dieser Vorstellungen entschieden werden.

Im Einzentrenmodell stimmen das Spektrum und die Mittelwerte der erzeugten Energien innerhalb der heutigen Fehlergrenzen mit Heisenbergs Erwartungen überein. Bei fester Primärenergie sind die mittleren Teilchenzahlen wahrscheinlich stärker mit der Inelastizität des Stoßes verknüpft als mit ihrer mittleren Energie. Statistische Vorstellungen im Sinne Fermis beschreiben die Experimente dagegen weniger vollständig.

Aus den vorliegenden Experimenten kann noch nicht geschlossen werden, wie ein Zweizentrenmodell spezifiziert werden muß, damit ein quantitativer Vergleich möglich wird.

Vorbemerkung

Nach unserer heutigen Kenntnis scheint es ein wesentlicher Zug der starken Wechselwirkungen von Elementarteilchen zu sein, daß bei hohen Energien Vielfachprozesse auftreten. Bei einem Zusammenstoß energiereicher Nukleonen können viele Teilchen - hauptsächlich Mesonen - erzeugt werden.

Bis vor kurzer Zeit konnte man solche Prozesse nur in seltenen Fällen an den sehr energiereichen Teilchen der kosmischen Strahlung beobachten. Heute, da die großen Teilchenbeschleuniger in Genf, Brookhaven, Dubna und Berkeley erfolgreich laufen, stehen wir auf diesem Gebiet am Anfang neuer Experimentiermöglichkeiten. Wir dürfen hoffen, im Laufe der nächsten Jahre tiefere Aufschlüsse zu erhalten. Erst dann wird sich herausstellen, wie weit unsere heutige Erfahrung schon ein richtiges Bild dieser Prozesse gibt.

Wir haben ein Vielkörperproblem mit starker Wechselwirkung vor uns. Bis heute ist es nur möglich, einige Züge unserer Erfahrung grob modellmäßig wiederzugeben. Dabei ist unsere Erfahrung selbst bruchstückhaft, weil unsere Experimente nur schwache Anhaltspunkte liefern.

Betrachtet man aber die grundlegende Bedeutung der Prozesse hoher Energie im Rahmen einer späteren Theorie - wie es schon 1936 von Heisenberg (He 36) herausgestellt wurde -, so mag es hier gerechtfertigt sein, einige Versuche zu beschreiben, die ihre Phänomenologie aufklären.

Wir können hier nur untersuchen, wie sicher die bis jetzt erhaltenen experimentellen Ergebnisse sind, und wie weit sie sich unter möglichst einfachen Annahmen in ein konsistentes Schema einpassen.

Definition des Problemkreises

1. Hinweise, Untersuchungsmöglichkeiten und Beispiele

Die von sehr vielen Teilchen begleiteten, durchdringenden Schauer in der kosmischen Strahlung haben es zum ersten Male deutlich gemacht, daß man bei Wechselwirkungen hoher Energie mit Vielfachprozessen rechnen muß. Zum Beispiel sind zuerst von Fussell (Fu 36), W. Powell (Po 41) und Wollan (Wo 41) in Nebelkammern und später auch von der Bristoler Schule (Br 49^{a,b}), sowie von Leprince-Ringuet et al. (Le 49) in Kernemulsionen, die der kosmischen Strahlung ausgesetzt waren, "Mehrstrahlsterne" beobachtet worden. Sie wurden von Teilchen hoher Energie bei Kernstößen ausgelöst und weisen eine große Anzahl eng gebündelter und energiereicher Teilchen auf. Sie werden heute als "harte" Schauer oder "Jets" (Da 52) bezeichnet.

Schon früher hatte Heisenberg (He 36) in einer Diskussion der damals bekannten Schauererscheinungen (Hoffmannsche Stöße) bemerkt, daß bei hohen Energien viele Teilchen in einem einzigen Stoßakt erzeugt werden könnten.

Nachdem das μ -Meson gefunden war (Anderson 1936), lag die Vermutung nahe, die durchdringenden Schauer als Mesonenschauer anzusehen (He 39). W. Powell (Po 41) und Wollan (Wo 41) hatten ihre Nebelkammeraufnahmen in dieser Weise interpretiert.

Seit den Untersuchungen der Bristoler Schule (Fo 50) weiß man, daß als Reaktionsprodukt solcher Stöße hauptsächlich π -Mesonen auftreten. Die μ -Mesonen in der kosmischen Strahlung sind zum überwiegenden Teil Zerfallsprodukte der in Kernstößen erzeugten, instabilen Teilchen ⁺.

In den letzten Jahren hat sich gezeigt, daß bei energiereichen Teilchenstößen ein ganzes Spektrum von Elementarteilchen auftritt. Zum Studium ihrer Vielfacherzeugung ist man auf Energien größer als

⁺ Rosenthal (Ro 59) hat bei der Untersuchung großer Luftschauer die μ -Mesonen-Vielfacherzeugung erörtert. Zur dabei aufgeworfenen Frage der schwachen Wechselwirkungen bei extrem kleinen Abständen und hohen Energien siehe auch (Jo 60).

einige GeV angewiesen. Erst in jüngster Zeit ergeben sich einige Möglichkeiten, diese Erscheinungen unter definierten Bedingungen an den großen Beschleunigern zu untersuchen. In dem interessanten Bereich oberhalb 10^{12} eV wird man aber auch in Zukunft auf die kosmische Strahlung als Energiequelle zurückgreifen müssen.

Die rasch fortschreitende Technik der Satellitenflüge wird es vielleicht in absehbarer Zeit ermöglichen, Kernemulsionen für längere Zeit der kosmischen Strahlung außerhalb der Erdatmosphäre auszusetzen. Das ist insofern wichtig, als sehr hohe Energien nur selten auftreten, und man Sekundärreaktionen möglichst ausschließen möchte. Vielleicht treten dann auch neben die Kernemulsionen andere Nachweismethoden mit speziell entwickelten Zählgeräten (siehe z.B. Da 59), deren apparativer Aufwand bislang zu umfangreich war, um in großen Höhen für längere Zeit tragbar zu sein.

Bisher konnte man Kernemulsionen nur mit großen Ballonen für einige Stunden am Gipfel der Atmosphäre exponieren (Da 54). Die geringen Intensitäten bei hoher Energie führen so zu sehr mühseligen Durchmusterungsarbeiten, bis solche Vielfachereignisse gefunden werden.

Die in dieser Arbeit näher untersuchten Ereignisse stammen aus einer Auswahl unter ungefähr 20 000 Reaktionen, die von unseren Hilfskräften am Max-Planck-Institut für Physik gefunden wurden. Daß die Auswahl verwertbarer Ereignisse trotzdem gering ist, liegt hauptsächlich daran, daß die meisten Stöße an komplexen Kernen der Emulsion geschehen. Wir möchten aber nur Fälle untersuchen, bei denen möglichst "ungestörte" Nukleon-Nukleonstöße stattgefunden haben.

In den Abbildungen 1 - 5 sind einige charakteristische Beispiele für energiereiche Prozesse wiedergegeben, die von der kosmischen Strahlung ausgelöst wurden.

2. Energetische Voraussetzung und Beziehung zwischen Labor- und Schwerpunktsystem (Siehe auch Anhang.)

Die Vielfacherzeugung von Teilchen spielt sich notwendigerweise im Bereich relativistischer Geschwindigkeiten ab, denn die stoßenden Teilchen müssen mindestens die Ruheenergie der erzeugten Teilchen

- Abb. 1 Vielfacherzeugung bei Proton-Protonstoß von ~ 300 GeV in Kernemulsion. $\sim 80\%$ der erzeugten Teilchen sind π -Mesonen.
- Abb. 2 Vielfacherzeugung an einem komplexen Kern der Kernemulsion. ($E_{\text{prim}} = \text{einige } 10^{10} \text{ eV.}$) Ein erzeugtes K^+ -Meson (τ) und ein Hyperon (γ^+) können an ihren typischen Zerfallserscheinungen erkannt werden (Go 55).
- Abb. 3 Vielfacherzeugung bei Fragmentation eines schweren Primärkerns der kosmischen Strahlung. ($E_{\text{prim}} = \text{einige } 10^{10} \text{ eV pro Nukleon}$) (Fa 55).
- Abb. 4 Vielfacherzeugung mit nachfolgender Entwicklung einer ("weichen") Elektronenkaskade. Sie rührt vom Zerfall der erzeugten neutralen π -Mesonen her. (Kernemulsion, $E_{\text{prim}} \sim 10^{14} \text{ eV.}$) (Bristol Pe 60^b.)
- Abb. 5 Schauerentwicklung der kosmischen Strahlung, die sich in einer "Vielplatten-Nebelkammer" abgespielt hat. Die Größe der Kammer beträgt $200 \times 130 \times 90 \text{ cm}$. Dieses Bild entspricht einer elektromagnetischen Schauerentwicklung in unserer Atmosphäre. Im Laufe der wiedergegebenen Schauerentwicklung treten auch neue Kernstöße auf, was an den neu beginnenden Elektronenkaskaden in tieferen Schichten erkannt werden kann. (Osaka Mi 59^b).

aufbringen. Wir gehen deshalb vom Energiesatz in relativistischer Schreibweise aus.

$$E^2 = p^2 \cdot c^2 + m^2 c^4,$$

$\dot{E}$ = Totalenergie
 p = Impuls
 m = Ruhmasse
 c = Lichtgeschwindigkeit

oder nach Division durch $m^2 c^4$: $\gamma^2 = \mathcal{E}^2 + 1$

mit $\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$, $\beta = \frac{v}{c}$

und $\mathcal{E} = \beta \cdot \gamma$
 v = Teilchengeschwindigkeit

Wir wollen den Stoß eines Teilchens mit dem Energie-Impulsvektor

$$\alpha_L^0 = \|\mathcal{E}_L^0, 0, 0, i\gamma_L^0\| \cdot M^0$$

gegen ein im Laborsystem ruhendes Teilchen betrachten, das den Energie-Impulsvektor

$$\alpha_L^* = \|\mathcal{E}_L^*, 0, 0, i\gamma_L^*\| \cdot M^* ; \quad \mathcal{E}_L^* = 0, \gamma_L^* = 1$$

hat. (Index L für Laborsystem = L-System.) M^0 und M^* seien die entsprechenden Ruhmassen. Wir haben hier wie im folgenden $c = 1$ gesetzt.

Die beiden Teilchen bilden das System

$$S = \|\alpha_L^0 + \alpha_L^*\|$$

dessen Schwerpunkt sich im L-System mit der Geschwindigkeit β_L^S bewegt.

$$1) \quad \beta_L^S = \frac{M^0 \mathcal{E}_L^0}{M^0 \gamma_L^0 + M^*}$$

Diese Geschwindigkeit bestimmt die Transformationsverhältnisse vom L-System ins Schwerpunktsystem (S-System). Es ist aus Symmetriegründen zweckmäßig, den Stoß in demjenigen Bezugssystem zu beschreiben, in dem der gemeinsame Schwerpunkt der Teilchen ruht. (Index S für S-System.)

Im S-System schreiben sich

$$\alpha_S^0 = \|\mathcal{E}_S^0, 0, 0, i\gamma_S^0\| \cdot M^0$$

$$\text{mit } \mathcal{E}_S^0 M^0 = -\mathcal{E}_S^* M^*$$

$$\alpha_S^* = \|\mathcal{E}_S^*, 0, 0, i\gamma_S^*\| \cdot M^*$$



Abb. 1
(s. S. 9)

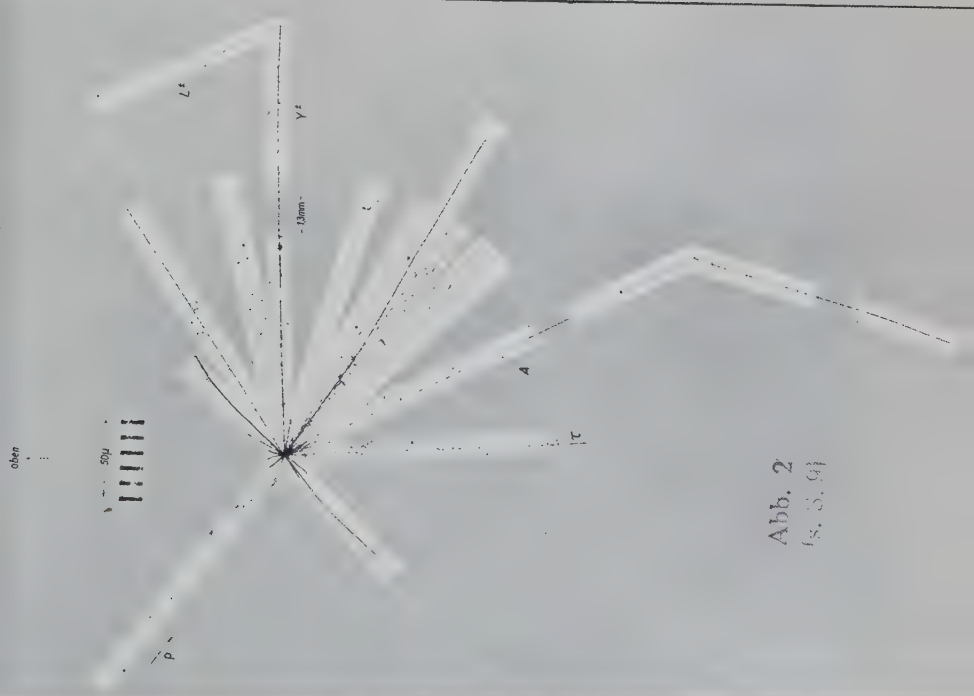
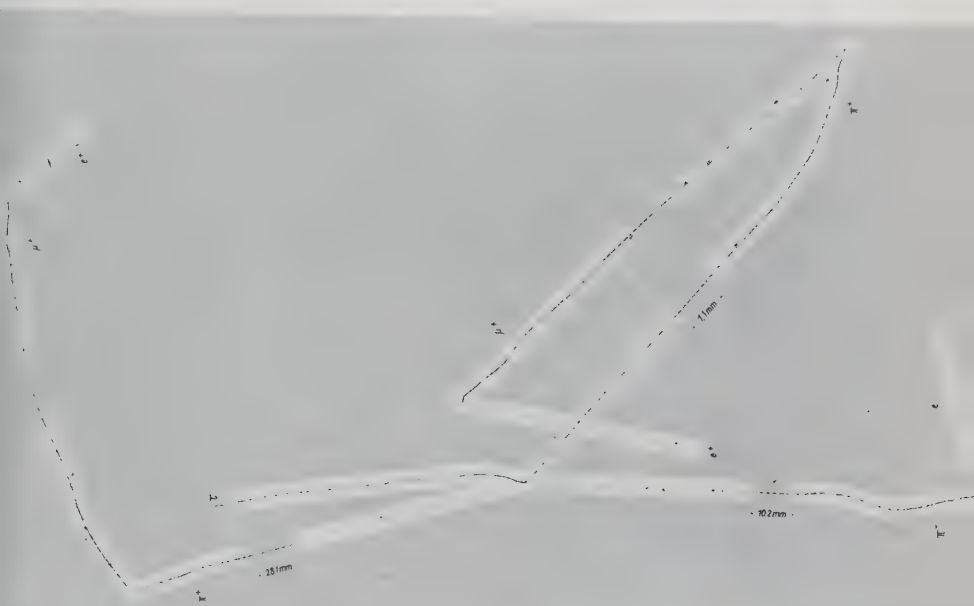


Abb. 2
(S. 3, 9)

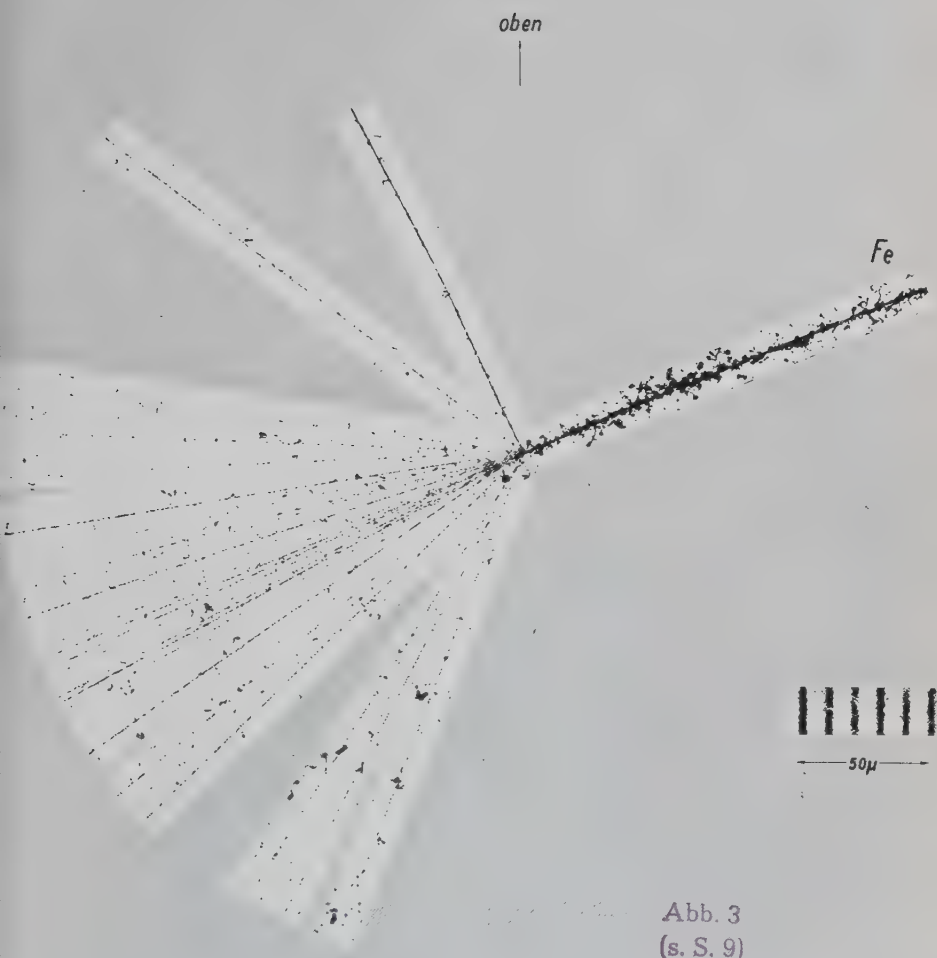


Abb. 3
(s. S. 9)

Aus der Invarianz des Energie-Impulsvektors des Systems S folgt für die Beziehung zwischen der Gesamtenergie E_s der Teilchen im S-System und der Energie des stoßenden Teilchens im L-System E_{prim} :

$$2) \quad E_s = \sqrt{M^0 + M^{*2} + 2 E_{\text{prim}} M^*}$$

$$\text{mit} \quad E_{\text{prim}} = M^0 \gamma_L^0 \quad \text{und} \quad E_s = M^0 \gamma_s^0 + M^* \gamma_s^*$$

Wenn diese Energie E_s , vermindert um die Ruhenergie der beim Stoß erhalten bleibenden Teilchen, größer als n_s Ruhmassen neuer Teilchen der Ruhmasse m_π wird, ist eine gleichzeitige Erzeugung n_s neuer Teilchen der Ruhmasse m_π energetisch möglich.

$$3) \quad E_s - M^0 - M^* = \mathcal{E}_s^+ > n_s \cdot m_\pi$$

Da wir im folgenden Nukleonenstöße betrachten, für die $M^0 = M^* = 1$ sein soll, ergibt sich für $\gamma_s^0 = \gamma_s^* = \gamma_s$

$$4) \quad E_s = 2 \gamma_s = \sqrt{2 (\gamma_L^0 + 1)}$$

$$\text{und} \quad \gamma_L^0 = 2 \gamma_s^2 - 1 \quad \text{ sowie } \mathcal{E}_s = 2 (\gamma_s - 1)$$

als Beziehung zwischen der Laborenergie des stoßenden Nukleons und der Energie der Nukleonen im S-System. $\mathcal{E}_s$ ist dabei die für eine Teilchenerzeugung zur Verfügung stehende Energie. Aus Symmetriegründen ist der Betrag der Geschwindigkeiten der beiden Nukleonen im S-System gleich der Geschwindigkeit des S-Systems im L-System (siehe Anhang).

$\gamma_s = (1 - \beta_s^2)^{-\frac{1}{2}}$ wird auch als "Lorentzfaktor" der Transformation vom L-System ins S-System und umgekehrt bezeichnet.

Aus der Beziehung (4) folgt, daß die für eine mögliche Teilchenerzeugung zur Verfügung stehende Energie $\mathcal{E}_s$ nur mit der Wurzel aus der Energie des im L-System stoßenden Teilchens wächst. Deshalb wird der Bau von Beschleunigern geplant (Ce 59^a), bei denen Teilchen gleicher Energie gegeneinander laufen. Dann sind L- und S-System identisch, und die gesamte Beschleunigungsenergie steht für eine Teilchenerzeugung zur Verfügung. Außerdem ergäben sich weniger Schwierigkeiten aus der Transformationskinematik, wie wir sie im Verlauf unserer Arbeit noch zu erörtern haben.

3. Vielfach- oder Mehrfacherzeugung ?

Die Beziehung (3) ist die energetische Voraussetzung für eine Vielfacherzeugung. Daß sie tatsächlich auftreten kann, mag Abb. 1 zeigen. Dort ist ein einfach geladenes Teilchen der kosmischen Strahlung von ungefähr 300 GeV Energie (höchstwahrscheinlich ein Proton) mit einem Proton in der Kernemulsion zusammengestoßen und hat neben neutralen mindestens acht neue, einfach geladene Teilchen erzeugt ("harter" Schauer oder "Jet"). Man kann aber nicht sicher ausschließen, daß ein komplexer Kern getroffen wurde, der nicht so stark angeregt wurde, daß geladene Verdampfungsprodukte auftreten. Dann bestünde nämlich die Möglichkeit, daß die Teilchen in einer kaskadenförmig ablaufenden Stoßfolge im komplexen Kern nacheinander erzeugt wurden. Für diesen Vorgang hatte man im Unterschied zur "simultanen" Vielfacherzeugung⁺ den Begriff plurale oder Mehrfacherzeugung eingeführt. (Zur Diskussion der Mehrfacherzeugung siehe auch (Ma 52).)

Von manchen Seiten (siehe Heitler (He 42) und Heitler und Janossy (He 50)) wurde eine Zeit lang die Ansicht vertreten, daß aufgrund von Dämpfungseffekten keine Vielfacherzeugung möglich sei. Mehrere Teilchen könnten demnach immer nur in Kernkaskaden erzeugt werden.

Im Zusammenhang mit der Diskussion der Mehrfacherzeugung wurden von McCusker und Roesler (Mc 57), Dilworth et al. (Di 53), sowie Gozani und Sitte (Go 59^a) einige experimentelle Ergebnisse mit verschiedenen Vorstellungen über die Kaskadenausbreitung in komplexen Kernen verglichen. In einer neueren Nebelkammeruntersuchung mit einem Lithiumtarget glauben Gribi et al. (Gr 59), die Mehrfacherzeugungstheorie von Heitler und Janossy (He 50) bestätigt zu finden. Sie können aber auch die Vielfacherzeugungstheorie nicht ausschließen.

Kernstoßkaskaden mit Vielfacherzeugung innerhalb komplexer Kerne wurden zum Beispiel in (Sy 53), (Di 53) und (Iv 57) behandelt.

⁺ Im folgenden ist mit Vielfacherzeugung nur gemeint, daß ein einziger Stoßakt zweier Nukleonen zur Teilchenerzeugung führte. Wie weit der Begriff simultan für so kurze Zeiten ($< 10^{-22}$ sec) verwendet werden darf, muß offen bleiben.

4. Nachweis der Vielfacherzeugung

In Berkeley wurde 1956 am Bevatron die Vielfacherzeugung in einer mit Wasserstoff gefüllten Diffusions-Nebelkammer nachgewiesen (Fo 56). Schon 1953 hatten Fowler et al. (Fo 53) in Brookhaven bei einer ähnlichen Untersuchung deutliche Hinweise auf die Vielfacherzeugung von π -Mesonen bei Neutron-Protonstößen gefunden.

Lord, Fainberg und Schein (Lo 50) sahen in dem 1950 von ihnen beschriebenen "S-star" einen Nachweis der Vielfacherzeugung. Man hat heute so viele Ereignisse ähnlichen Typs wie in Abbildung 1 gefunden, daß man die Möglichkeit einer Vielfacherzeugung nicht mehr bezweifeln kann. Auch in Dubna (siehe z.B. Ba 58) sind solche Ereignisse beobachtet worden. In der kosmischen Strahlung fand man "Jets" mit Teilchenzahlen in der Größenordnung hundert (Sc 54, Te 54). Im Mittel werden aber nur größenordnungsmäßig zehn erzeugte Teilchen bei hohen Energien beobachtet.

Der überzeugende Beweis für die Vielfacherzeugung ist in jüngster Zeit in Genf am 30 GeV-Protonen-Synchrotron gelungen. (Abb. 6.) Dort sind π^- -Mesonen von etwa 16 GeV Energie in eine Wasserstoffblasenkammer eingeschossen worden. Bei den inelastischen Stößen der π^- -Mesonen mit den Protonen der Blaskammer werden im Mittel etwa 4 - 5 geladene Teilchen beobachtet (Ce 60).

Ob die Vielfacherzeugung bei π -Meson-Protonstößen wesentliche Unterschiede gegenüber derjenigen bei Proton-Protonstößen aufweist, muß noch geklärt werden.

5. Mesonen-Vielfacherzeugung bei Antiproton-Annihilation

Seit 1956 ist bekannt, daß die Vielfacherzeugung auch bei der Proton-Antiproton-Annihilation auftritt (Ch 56). Sie kann auch bei praktisch zur Ruhe kommenden Antiprotonen stattfinden (Abb. 7). Die dabei frei werdende Energie wird größtenteils in mehreren π -Mesonen abgestrahlt.

Inzwischen sind viele solcher Annihilationsprozesse studiert worden, und es lassen sich einige Parallelen zu den in dieser Arbeit betrachteten Vielfachprozessen ziehen.

Bei der Proton-Antiproton-Annihilation steht die Energie von zwei Protonenruhmassen zur Verfügung, aus der maximal $13,4$ π -Mesonen erzeugt werden könnten. Dem entspräche ein vollkommen inelastischer Proton-Protonstoß, bei dem das im L-System stoßende Proton eine kinetische Energie von $5,6$ GeV haben müßte.

Im Mittel werden bei der Proton-Antiproton-Annihilation etwa 5 erzeugte π -Mesonen beobachtet (Abb. 8^a). Ein geringer Prozentsatz schwerer Mesonen wird daneben noch erzeugt (Ch 59). Das Impulsspektrum der π -Mesonen ist in Abb. 8^b wiedergegeben.

Bei Kernstößen von 6 GeV-Protonen werden dagegen im Mittel nur etwa halb so viele Teilchen beobachtet, während ihr Impulsspektrum nicht wesentlich verschieden zu sein scheint (Ka 59). Darin zeigt sich, daß bei der Stoß-Vielfacherzeugung nur ein Bruchteil der zur Verfügung stehenden Energie im Mittel in neue Teilchen umgesetzt wird (Inelastizität $K < 1$). Deshalb können die Ergebnisse der Annihilations-Vielfacherzeugung und ihre theoretische Behandlung nicht ohne weiteres auf die Stoß-Vielfacherzeugung übertragen werden.

Wir werden auf die Annihilations-Vielfacherzeugung und ihre Analogie zur Stoß-Vielfacherzeugung zurückkommen, wenn wir einige Modellvorstellungen erörtern.



Abb. 6^a Vielteilchenzeugung in einer Wasserstoff-Blasen-Kammer bei ~ 14 GeV/c π^- -Proton-Stoß. (CERN P1 6^a)



Abb. 6^b Vielteilchenzeugung in einer Wasserstoff-Blasen-Kammer bei ~ 24 GeV/c Proton-Proton-Stoß. (CERN P1 6^b)

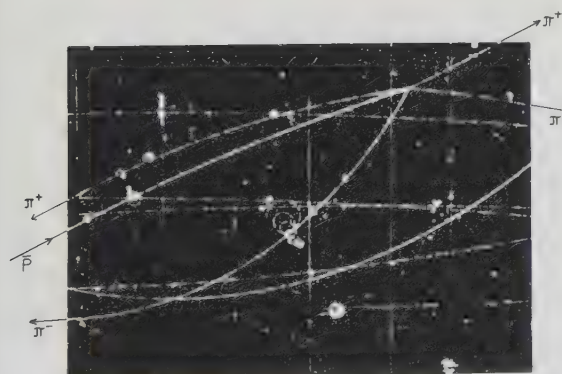
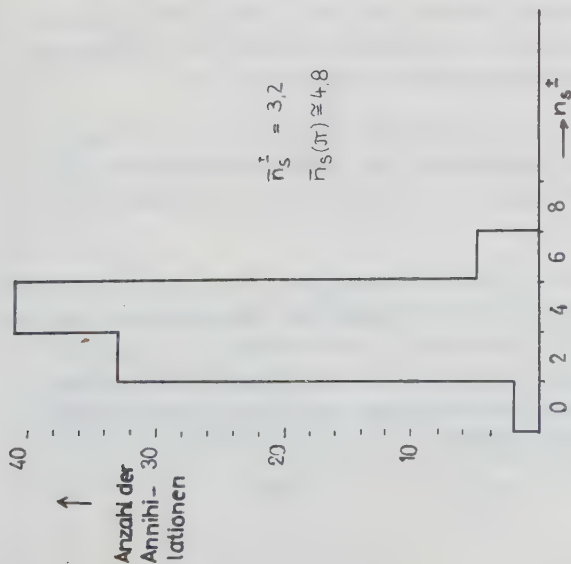


Abb. 7 Antiproton-Anihilation in einer Wasserstoff-Blasen-Kammer. Es wurden 4 geladene π -Mesonen erzeugt. Das Antiproton ist vor der Anihilation praktisch zur Ruhe gekommen. (Berkeley)



Spurenzahl pro = Multiplizität der
 Annihilation , geladenen Teilchen

Abb. 8 a

Anzahl geladener Teilchen pro Annihilation
 in Wasserstoff (mehr als 95% π^- - Mesonen)
 (Ho 59).

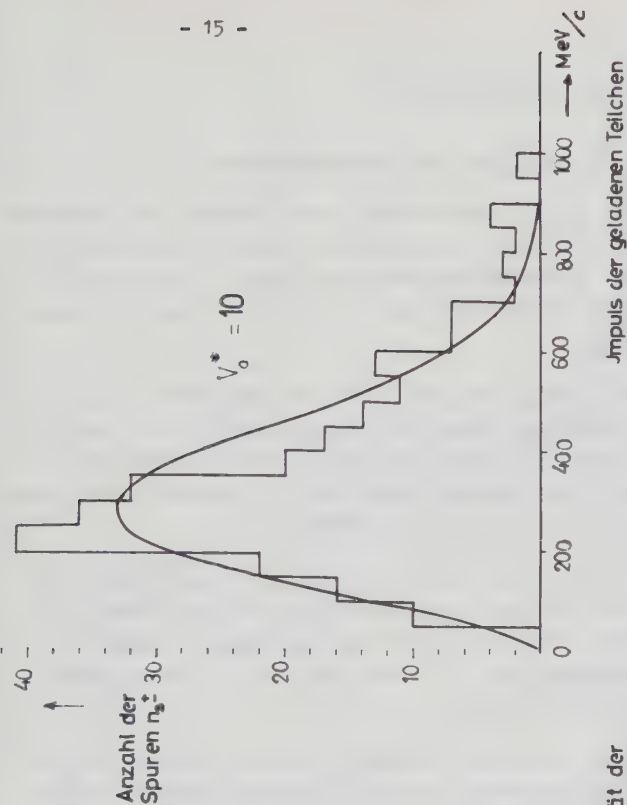


Abb. 8 b

Impulsspektrum der in Abb. 8a verzeichneten Teilchen. Die eingetragene Kurve entspricht dem 10-fachen Volumen nach Fermi (Fe 50) (Ho 59) (Berkeley).

Phänomenologie der Vielfacherzeugung

1. Teilchenzahl, Teilchensorten und Wirkungsquerschnitte

Die Anzahl der bei einem energiereichen Nukleonenstoß auftretenden, geladenen Schauerteilchen ist in geeigneten Registrierapparaturen wie Nebelkammer oder Kernemulsion verhältnismäßig leicht festzustellen. Ihre Identifikation wird aber bei höheren Energien immer schwieriger (siehe Abb. 9).

Unter geladenen Schauerteilchen werden in Kernemulsionen alle diejenigen Teilchen verstanden, deren Ionisation kleiner als der 1,4-fache Wert der Plateau-Ionisation ist (Abb. 9). Die dieser Ionisation entsprechenden unteren Energiegrenzen der einfach geladenen Teilchen können auch Abb. 9 entnommen werden.

Die Anzahl der geladenen Schauerteilchen und der identifizierten geladenen Mesonen höherer Ionisation wird als geladene Multiplizität n_S^+ bezeichnet. Diese Definition ist praktisch, obgleich berücksichtigt werden muß, daß in dieser Multiplizität ursprüngliche Stoßpartner enthalten sind.

Die Teilchen höherer Ionisation ("schwere" Spuren) werden der Zertrümmerung eines am Stoßprozeß beteiligten komplexen Kerns zugeordnet, wenn sie nicht als Mesonen identifiziert wurden. Je geringer die Anzahl "schwerer" Spuren ist, desto wahrscheinlicher ist es, daß ein "ungestörter" Nukleonenstoß stattfand. (Siehe spätere Diskussion der Störeffekte komplexer Kerne § 2 b.)

In Abbildung 10 ist eine "Sternstatistik" über etwa 14 000 Kernstöße in Kernemulsionen aufgetragen. Die Emulsionen wurden in 25 - 30 km Höhe etwa 8 Stunden der kosmischen Strahlung ausgesetzt (Sardinien-Expedition 1952).

Die an der Erzeugung beteiligten neutralen Teilchen sind nur schwer über deren Sekundärerscheinungen nachzuweisen. Von mehreren Autoren (siehe Tabelle 1) ist das Verhältnis R der neutralen π -Mesonen zu der Anzahl geladener Schauerteilchen bestimmt worden. Sie haben die vom Zerfall der π^0 -Mesonen herrührenden Elektronen-Paarbildungen aufgesucht. Als Mittelwert ergibt sich nach (Pe 60^a)

$$R = n_{\pi^0}/n_S^+ = 0,41 \pm 0,03$$

Abb. 9

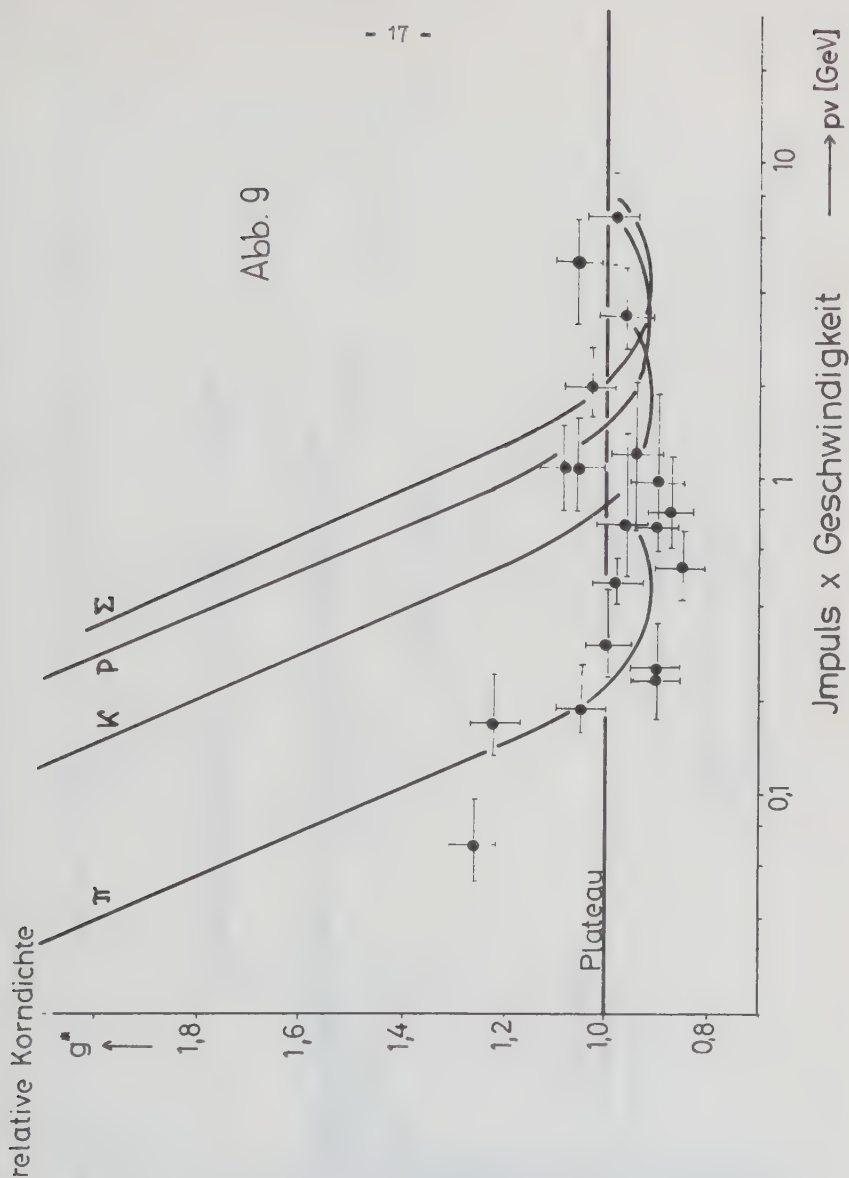


Abb. 9

Relative Korndichte g^* in Abhängigkeit von Impuls $p \times$ Geschwindigkeit v einfach geladener Teilchen. (π^- , K^- - Mesonen, P - Protonen, Σ^- - Hyperonen.) Kurven π und P nach (Da 52), und Kurven K , Σ entsprechend umgerechnet. Meßpunkte nach (Li 56).

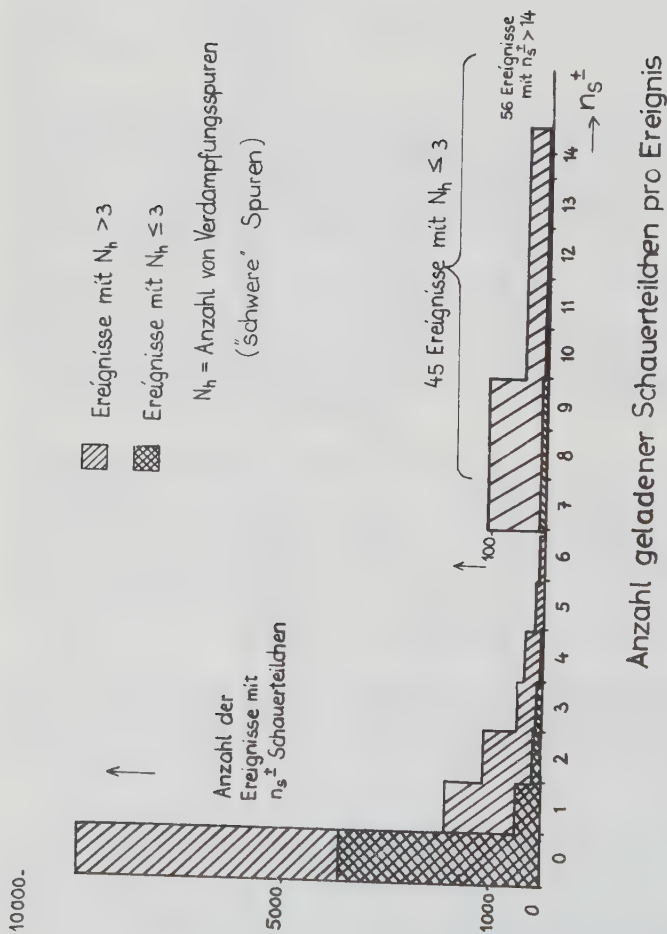


Abb. 10

"Sternstatistik" über $\sim 14\,000$ Kernstöße der kosmischen Strahlung in Kernemulsion.

Tabelle 1

R	E_{prim} GeV	Primär- teilchen	Autoren
$0,33 \pm 0,08$	≈ 500	α, p	Daniel et. al. 1952 (Da 52)
$0,44 \pm 0,14$	$\approx 50\ 000$	$\bar{Z} \approx 5$	Freier und Naugle 1953 (Fr 53)
$0,46 \pm 0,09$	$\approx 3\ 000$	α, p	Kaplon et al. 1954 (Ka 54)
$0,40 \pm 0,08$	≈ 100	α, p	Lal et al. 1954 (La 54)
$0,50 \pm 0,11$	$\approx 30\ 000$	p	Kaplon und Koshiba 1955 (Ka 55)
$0,40 \pm 0,04$	$\approx 5\ 000$	α, p	Brisbout et al. 1956 (Br. 56 ^b) Edwards et al. 1958 (Ed 58)

Verhältnis R der neutralen π -Mesonen zu der Anzahl von Schauerteilchen bei Vielfacherzeugung (Pe 60^a)

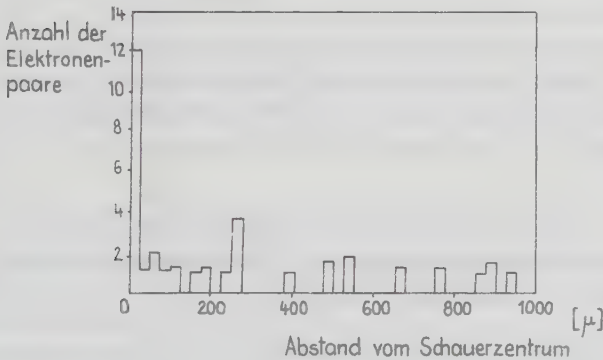


Abb. 11

Abstandsverteilung von Elektronenpaaren, die mit energiereichen Kernstößen in Kernemulsionen gekoppelt auftreten. Sie rühren hauptsächlich von den Zerfalls- γ -Quanten erzeugter π^0 -Mesonen her. Der Anstieg bei kleinen Abständen kann der direkten (Dalitz-) Elektronenpaar-Umwandlung der π^0 -Mesonen zugeschrieben werden (Da 52). (Siehe auch Rö 56.)

Dieser Wert wurde in Kernemulsion erhalten. Auch in Emulsionsblöcken, die mit Blei- und Kohleplatten abwechselnd geschichtet wurden, hat man das Verhältnis R zu bestimmen versucht (Pe 60^a). Weitere Versuche, den Anteil neutraler Schauerteilchen abzuschätzen, indem man Sekundärreaktionen ohne geladene Primärteilchen aufsuchte, sind mit noch größeren Unsicherheiten verbunden. Die zufällig im Schauerkegel liegenden Untergrundereignisse geringer Multiplizitäten können in den meisten Fällen nicht von den zum Schauer gehörenden, neutralen Reaktionen unterschieden werden (siehe auch Ko 59^a).

Wenn man Ladungssymmetrie bei so hohen Energien voraussetzt, bedeutet das angegebene Verhältnis $R = 0,41$, daß $\sim 80\%$ der geladenen Schauerteilchen π^+ - oder π^- -Mesonen sind.

Mit dieser Abschätzung und mit der Tatsache, daß fast alle identifizierbaren Schauerteilchen π -Mesonen sind, rechtfertigen wir im folgenden die Annahme, daß die nicht identifizierbaren Schauerteilchen höchstwahrscheinlich π -Mesonen sind ⁺.

Die übrigen 20% der geladenen Schauerteilchen können sich aus Anstoßprotonen, schwereren Mesonen, Hyperonen, Antibaryonen oder noch unbekannten Teilchen zusammensetzen. Lohrmann und Teucher (Lo 58) geben einen Prozentsatz von $9\frac{+8}{-6}\%$ K-Mesonen, Baryonen oder Antibaryonen unter den geladenen Schauerteilchen an ($E_{\text{prim}} = 10^{12} - 10^{14}$ eV).

Fast alle heute bekannten Elementarteilchen sind als Folge von harten Schauern beobachtet worden. Ihre relativen Beteiligungsraten sind aber noch wenig bekannt.

Neuere Ergebnisse bei ~ 10 GeV in Dubna (Ko 59^b) führen auf eine Rate von 2 - 4 % schwerer instabiler Teilchen unter den energieärmeren und identifizierbaren Schauerteilchen. Bei CERN (25 GeV)

⁺ Hier muß allerdings noch eine Verfälschung berücksichtigt werden: Sie rührt vom Zerfall der neutralen π -Mesonen her, wenn sie direkte (Dalitz-) Elektronenpaare bilden. Wegen der kurzen Lebensdauer der π^0 -Mesonen ($< 10^{-15}$ sec) erscheinen dann die Spuren der Elektronenpaare wie Schauerspuren. Diese "Verfälschungsspuren" können nicht immer als Elektronenspuren identifiziert werden. Der Beitrag von Elektronenpaaren zur geladenen Multiplizität bleibt aber $< 1\%$. Siehe dazu Abbildung 11 nach (Da 52).

hat man unter den Teilchen von 2 GeV/c, die unter einem Winkel von $15,9^\circ$ emittiert wurden, ein Verhältnis der K-Mesonen zur π -Mesonen von etwa 18% gefunden (Co 60). (Es wurde ein Aluminium-Target verwendet.) Die dabei außerdem beobachtete Häufigkeit der Antiprotonen beträgt etwa 0,1 - 1 %.

Wie die relativen Beteiligungsraten von der Primärenergie abhängen, ist noch unbekannt.

In Abbildung 12 sind die Multiplizitäten für "ungestörte" Ereignisse in Kernemulsionen sowie Ergebnisse aus Nebel- und Blaskammern in Abhängigkeit von der Primärenergie wiedergegeben. Die geladenen Multiplizitäten sind im Mittel etwa 10% unsicher (siehe Anhang Abb. A 7). Als Beziehung zwischen der geladenen Multiplizität n_s^+ und der Multiplizität aller erzeugten Teilchen n_s wurde hier $n_s = 1,5(n_s^+ - 1)$ angenommen (siehe dazu auch § 3 c). Die angegebenen Fehlerintervalle in der Gruppe Göttingen ... entsprechen der statistischen Schwankung nach § 2 a, die sich bei der Abschätzung der Primärenergie ergibt.

Da bei den Einzelereignissen der kosmischen Strahlung die Primärenergie nur dann einigermaßen sicher angegeben werden kann, wenn die Anzahl der Schauerteilchen hinreichend groß ist, sind nur Ereignisse mit einer geladenen Multiplizität $n_s^+ \geq 8$ eingetragen worden.

Die Betrachtungen über mittlere Teilchenzahlen und deren Abhängigkeiten von der Primärenergie sind mit Unsicherheiten verbunden, die sich beim Aufsuchen der Ereignisse ergeben. In einer Arbeit von Hansen und Fretter (Ha 60^c) wird z.B. anhand von Nebelkammeruntersuchungen bemerkt, daß die mittleren Multiplizitäten bei hohen Primärenergien kleiner zu sein scheinen, als man es aus Kernemulsionsuntersuchungen schließen sollte. In Kernemulsionen werden die Ereignisse geringer Multiplizität leichter übersehen, während sie von einer selbstauslösenden Nebelkammer erfaßt werden können.

Es wurde diskutiert (z.B. Be 56), ob sich spezifische Abhängigkeiten von der Primärenergie etwa derart finden lassen, daß sich vorzugsweise zwei Gruppen ausprägen: Eine Gruppe von Ereignissen relativ hoher Teilchenzahl bei kleinen Primärenergien und eine andere

Abb. 12 Multiplizitäten n_s bzw. $n_s^{\pm}$ energiereicher Nukleonenstöße und deren Primärenergie.

Einzelereignisse der kosmischen Strahlung in Kernemulsion mit $n_s^{\pm} \geq 8$ und weniger als 4 "schweren" Spuren. Die Primärteilchen sind entweder einfach geladen oder neutral:

- Göttingen, Padua, München (Tabelle A 1 i. Anhang).
- Alma Ata, Berlin, Bern, Bristol, Chikago, Krakau, Leningrad, Moskau, Ottawa, Prag, Rochester, Rom, Turin, Warschau (Tabelle A 2 i. Anhang).

Es gilt die Skala $n_s^{\pm}$. Die angegebenen Fehlerintervalle entsprechen der statistischen Schwankung (Tabelle A 1). Abschätzung der Primärenergien siehe Text.

Mittelwerte:

- NK : Berkeley (Ha 60^c), kosmische Strahlung, Nebelkammer, gilt n_s .
- B : Berkeley (Ka 59, Ja 59^b), Emulsion, Beschleuniger, gilt $n_s^{\pm}$.
- D : Dubna (Bo 60^a, Ba 58, Lu 60), Emulsion, Beschleuniger, gilt $n_s^{\pm}$.
- I CERN : CERN (Ce 60), Wasserstoffblasenkammer, Emulsion, Beschleuniger, gilt $n_s^{\pm}$.
- $\bar{p}$: Antiproton-Annihilation (Ho 59), Wasserstoffblasenkammer.

Die eingetragenen gestrichelten Bereiche gelten für den Anstieg der mittleren Teilchenzahl nach Fermi (Fe 50) und Heisenberg (He 52). Siehe spätere Tabelle 5.

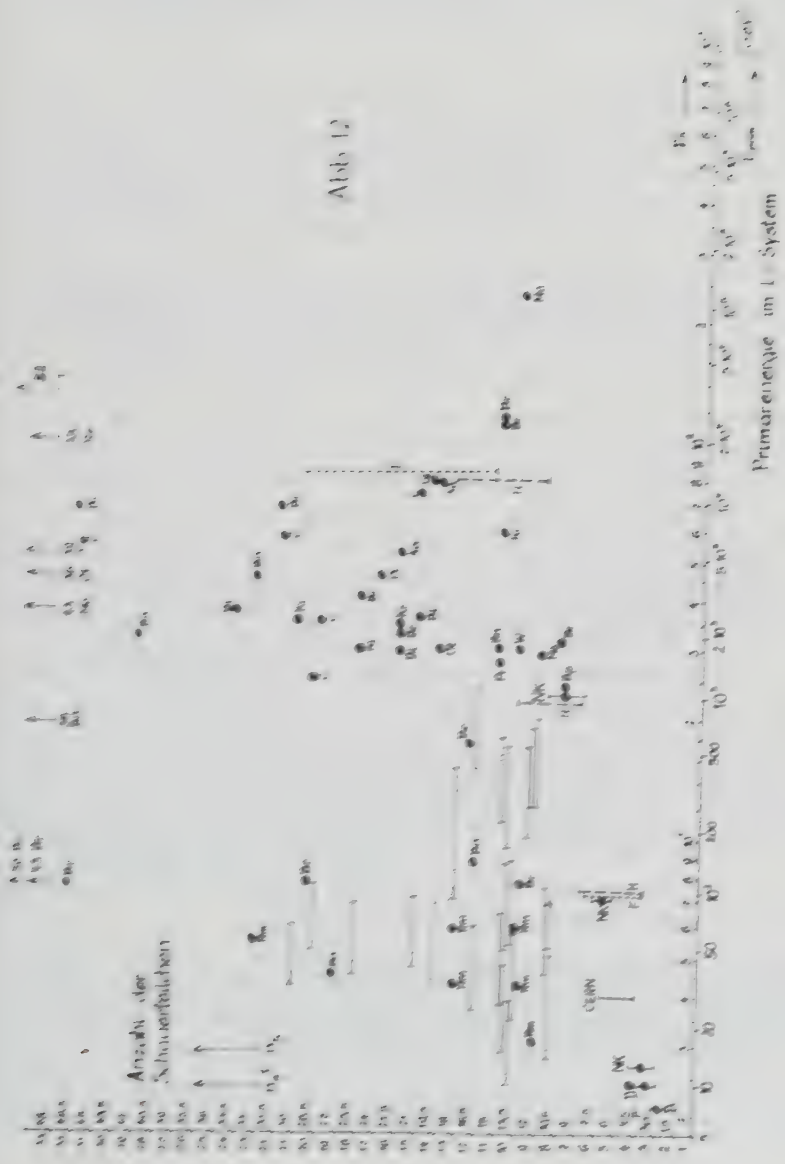


Abb. 12

Primärenergie im L-System

relativ kleinere Teilchenzahl bei hohen Primärenergien. Diese Frage ist wegen der oben erwähnten Unsicherheiten bis heute nicht geklärt.

Der totale Wirkungsquerschnitt für inelastische Nukleonenstöße wurde inzwischen an den großen Beschleunigern bis zu Energien von ~ 20 GeV bestimmt. Nur bei den dort definierten Bedingungen, unter denen Teilchen künstlich beschleunigt werden, ist eine Bestimmung des Wirkungsquerschnitts verlässlich. Die parallel einfallenden Nukleonen können längs ihrer Bahn in Kernemulsionen oder Blaskammern relativ leicht verfolgt und nach Reaktionen abgesucht werden. Auch können dort größere Zählapparaturen besser als bei Untersuchungen der kosmischen Strahlung ausgenutzt werden.

Wenn man aber etwas über die Wirkungsquerschnitte oberhalb 10^{11} eV erfahren möchte, ist man auf die kosmische Strahlung in großen Höhen angewiesen. Bei der Durchmusterung der Kernemulsionen werden aber die willkürlich verteilten Reaktionen der einfallenden Teilchen nicht gleichmäßig erfaßt. Alles was in diesem Bereich in Kernemulsionen getan werden konnte, beschränkt sich darauf, aus der Anzahl von Sekundärreaktionen energiereicher Schauerteilchen einen Wert für den Wirkungsquerschnitt herzuleiten. Die Beiträge verschiedener Teilchensorten bleiben dabei unberücksichtigt. In den meisten Fällen wird es sich dabei um π -Mesonenreaktionen handeln.

Perkins (Pe 60^a) hat Bristoler Ergebnisse (Br 56^{a,b}, Ed 58) zusammengefaßt und erhält eine mittlere freie Weglänge für inelastische Stöße von $\lambda_{\text{inel}} = 34$ cm. Die Primärenergie der Ereignisse beträgt im Mittel etwa 3000 GeV. 23 m ihrer Sekundärspuren von Schauerteilchen wurden verfolgt. (Diese und die folgenden Angaben beziehen sich auf Ilford G₅ Emulsion.)

Schein (Sc 57) gibt für Chicagoer Resultate eine mittlere freie Weglänge von $\lambda_{\text{inel}} = 28$ cm an. (Einige Meter verfolgter Spur bei Primärenergien in der Größenordnung 10^{12} eV.)

In Bern fanden Hänni et al. (Hä 56) eine freie Weglänge von $\lambda_{\text{inel}} = 54^{+58}_{-21}$ cm bei 2,17 m verfolgter Spurlänge (Primärenergie $\sim 10^{13}$ eV).

Wegen schwankender Zusammensetzung der Emulsion und wechselndem Feuchtigkeitsgehalt variieren die Angaben für die entsprechenden Werte der Nukleonen-Wechselwirkungsquerschnitte. Auch geht die Dichteverteilung der Nukleonen im Kern in die Abschätzung ein, wenn man ein optisches Modell zugrundelegt. Zum Beispiel errechnen Barashenkov und Nyan-Ning (Ba 59^a) für $\lambda_{\text{inel}} = 37$ cm und NIKFI-Emulsion einen Nukleonen-Wirkungsquerschnitt von $\sigma_{\text{inel}} = 30$ mb. Bei Powell et al. (Po 59) wird für $\sigma = 62,7$ mb und Ilford-Emulsion eine freie Weglänge $\lambda = 25 - 27$ cm erhalten.

In Abbildung 13 sind die an Beschleunigern erhaltenen Werte der Wirkungsquerschnitte zusammen mit den umgerechneten Werten der oben angegebenen freien Weglängen eingetragen. Bei den Punkten oberhalb 100 GeV gelten die unteren Werte, wenn für $\lambda_{\text{inel}} = 37$ cm $\sigma_{\text{inel}} = 30$ mb gesetzt wird. Die oberen gelten, wenn für $\sigma = 62$ mb die entsprechende freie Weglänge $\lambda = 25$ cm gesetzt wird. Die statistischen Fehler ergeben sich aus der Anzahl gefundener Reaktionen.

Da die Primärenergien der herangezogenen Ereignisse aus der kosmischen Strahlung ungefähr $10^{12} - 10^{14}$ eV betragen, wurden die ermittelten Wirkungsquerschnitte so aufgetragen, daß sie für Energien ≥ 100 GeV gelten. Die Energien der verfolgten Sekundärteilchen können einige 100 GeV betragen (Hä 56).

Die von Alekseeva et al. (Al 58), Suga (Su 57) und Williams (Wi 55) angegebenen Werte stammen ebenfalls aus Schaueruntersuchungen der kosmischen Strahlung, wurden aber mit Nebelkammern und Zählapparaturen erhalten. Williams (Wi 55) diskutiert anhand des von ihm gefundenen großen Wertes die Frage, ob der Wirkungsquerschnitt bei höheren Primärenergien ansteigt.

Wir glauben, heute aufgrund der vorliegenden Daten (Abb. 13) sagen zu können, daß der inelastische Wirkungsquerschnitt bei Energien oberhalb 10 GeV nicht wesentlich vom geometrischen Nukleonenquerschnitt abweicht. Dabei scheint es keinen großen Unterschied auszumachen, ob die Teilchen Nukleonen oder π -Mesonen sind (siehe auch Pe 60^a, Ko 59^b).

Abb. 13 Elastische und totale Wirkungsquerschnitte für Proton-Protonstöße ($\sigma_{\text{total}} = \sigma_{\text{elastisch}} + \sigma_{\text{inelastisch}}$).

•	$\sigma_{\text{elastisch}}$	} Hess-Bericht (He 58)	} Be- schleu- ni- ger.
▲	σ_{total}		
▼	σ_{total}	CERN (Da 60, As 60)	
▽	$\sigma_{\text{inelastisch}}$	Dubna (Bo 60 ^a)	
↔	Alekseeva et al. (Al 58)	}	Nebelkammer, bzw. Zählapparatur, kosm. Strahlung
└	Suga (Su 57)		
⊕	Williams (Wi 55)		
×	Chikago (Sc 57)	}	Kosm. Strahlung in Kernemulsion. Obere, bzw. untere Werte gelten für verschiedene Um- rechnungen. S. Text.
□	Bristol (Pe 60 ^a)		
▷	Bern (Hä 56)		

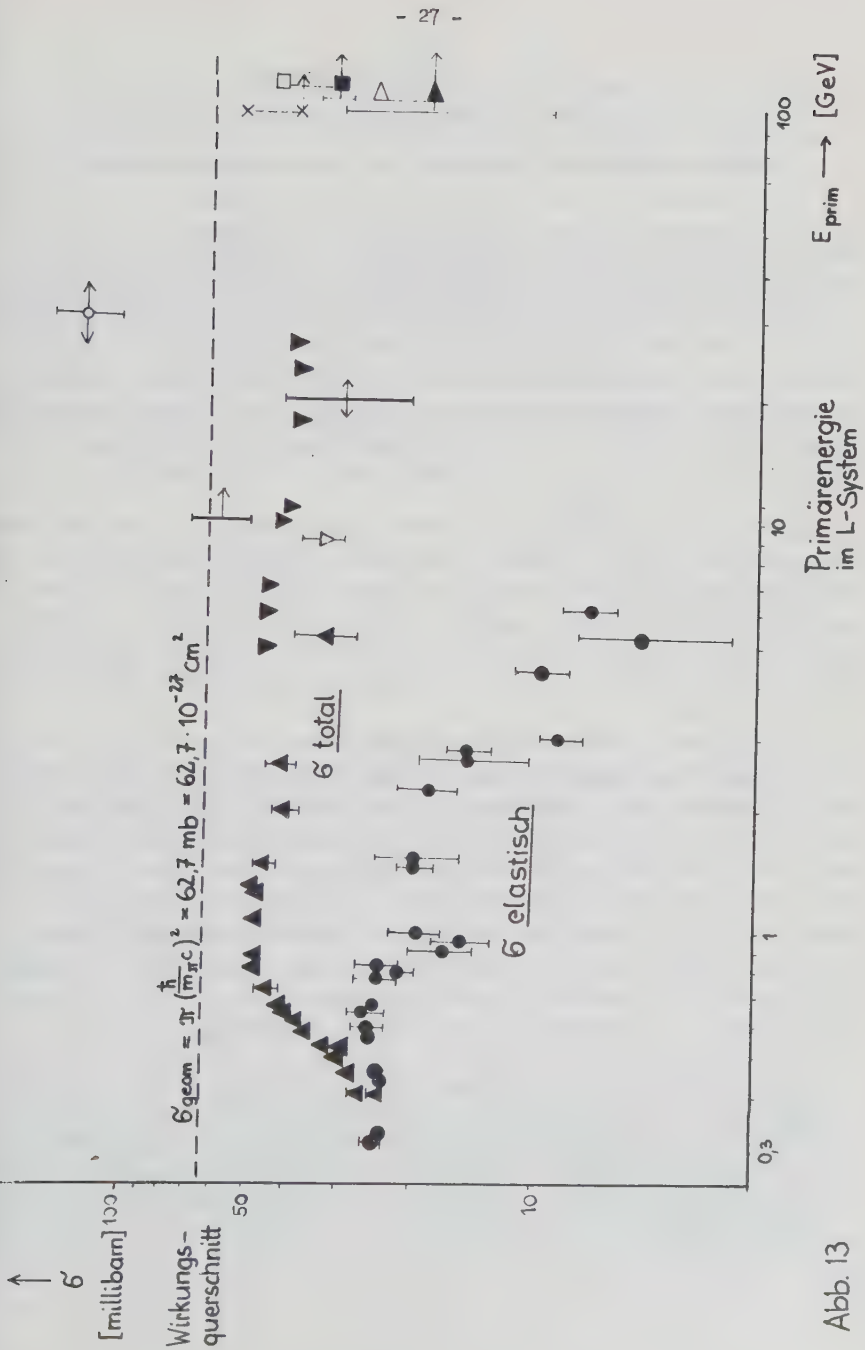


Abb. 13

2. Die Winkelverteilung der erzeugten Teilchen

a. Voraussetzungen, um Aussagen über die Winkelverteilungen im Schwerpunktsystem zu erhalten und Begründung des Auswerteverfahrens

Der konsequente Weg einer phänomenologischen Analyse wäre es, zunächst die Vielfachereignisse im L-System vollständig auszumessen und dann die Lorentztransformation in das S-System vorzunehmen. Das scheitert bis jetzt aber daran, daß man nur die Winkelverteilungen einigermaßen sicher messen kann, nicht aber die Energien. Sie sind in den meisten Fällen so hoch, daß für einzelne Teilchen nur untere Grenzwerte angegeben werden können (Abb. 9). Dadurch wird die phänomenologische Analyse der Vielfacherzeugung sehr erschwert.

Wir haben versucht, unter Ausnützung der speziellen Transformationseigenschaften möglichst unmittelbar aus den gemessenen Winkelverteilungen auf die Verteilungen im S-System zu schließen. Wir müssen uns aber zunächst einen Überblick über die Transformationsverhältnisse bei verschiedenen möglichen Annahmen verschaffen. Daraus ergibt sich das später verwendete Auswerteverfahren.

Ähnliche Betrachtungen der Transformationseigenschaften von Winkelverteilungen sind schon früher bei der Untersuchung der Elektronenpaar-Erzeugung aus γ -Quanten angestellt worden (He 44, Bo 53). Die ersten Hinweise, daß bei der Vielfacherzeugung die Winkelverteilungen näherungsweise als Gaußverteilungen erscheinen können, fanden wir in Arbeiten von Castagnoli et al. (Ca 53) und von Belenki und Landau (Be 55^a). Landau war bei seinen theoretischen Überlegungen von einer hydrodynamischen Modellvorstellung ausgegangen, deren Ergebnisse wir noch erwähnen werden. Castagnoli et al. (Ca 53) haben wie wir die Transformationseigenschaften untersucht.

An experimentellen Untersuchungen, die diesem Teil unserer Arbeit vorangingen, möchten wir die von Duller und Walker (Du 54), Kaplon und Ritson (Ka 52), Bradt, Kaplon und Peters (Br 50), sowie die schon erwähnte Arbeit von Castagnoli et al. (Ca 53) aufführen. Auch Symanziks (Sy 53) Überlegungen seien hier erwähnt, an die sich unsere Arbeit anschloß.

- a₁) Einzentrenvorstellung und kinematische Beziehungen, die sich aus der Lorentztransformation ergeben

Es wird angenommen, daß der Nukleonenstoß in einem Gebiet von der Ausdehnung des Nukleons stattfindet. (Als Radius des Nukleons $R_0 = \hbar/m_{\pi}c$ genommen.) Die Abstrahlung erzeugter Teilchen gehe radial von einem Zentrum aus. Bahndrehimpuls-Übertragung soll also unberücksichtigt bleiben. Außerdem soll nur eine Sorte von Teilchen erzeugt werden (π -Mesonen der Ruhmasse m_{π}).

Ein Teilchen, das im S-System unter dem Winkel θ_s zur Stoßachse mit der Energie $\gamma_{os} \cdot m_{\pi}c^2$ emittiert wird, erscheint im L-System unter dem Winkel θ_L , für den gilt

$$5) \quad \gamma_s \tan \theta_L = \frac{\sin \theta_s}{\cos \theta_s + m}$$

$$m = \frac{\beta_s}{\beta_{os}}$$

$$\gamma_s = (1 - \beta_s^2)^{-\frac{1}{2}} = \text{"Lorentzfaktor"}$$

$$\beta_{os} = \text{Geschw. d. Sekundärteilchen i. S-System}$$

(Siehe auch Anhang)

Sowohl β_s wie β_{os} weichen bei Energien $> 10^9$ eV nicht mehr stark von 1 ab. Man kann näherungsweise zunächst einmal $m = 1$ setzen. (Aus Energiegründen muß für die meisten Teilchen $m > 1$ sein, wenn die Multiplizität groß ist.) Für $m = 1$ gilt dann

$$6) \quad \gamma_s \tan \theta_L = \tan \frac{\theta_s}{2}$$

oder für kleine Winkel

$$\theta_s \cong 2 \gamma_s \theta_L$$

Das heißt, die Laborwinkelverteilung gibt ein etwa um den Faktor $2 \gamma_s$ gestauchtes Bild der Winkelverteilung im S-System. Infolgedessen werden feinere Züge des Prozesses, an denen verschiedene Modellvorstellungen geprüft werden könnten, leicht unkenntlich. Der Faktor γ_s bewegt sich bei hohen Energien in der Größenordnung 10 - 100.

Wir müssen im L-System 10 - 100 mal kleinere Winkel messen oder um Größenordnungen mehr Material haben, als es erforderlich wäre, wenn wir im S-System selbst messen könnten.

"Halbwinkel" $\theta_{L\frac{1}{2}}$ und Primärenergie

Da die transformierten Größen durch den Lorentzfaktor γ_s bestimmt werden, gewinnen wir aus der Näherung für $m = 1$ (Gl. 6) sofort auch eine Abschätzung für die Primärenergie der Nukleonen. (Die folgende Überlegung soll auf Fermi zurückgehen.)

Ist nämlich die Zahl der erzeugten Teilchen groß, so ist nicht nur die Impulsverteilung - per definitionem - im S-System symmetrisch zu einer Ebene, die durch den Schwerpunkt geht und senkrecht auf der Stoßachse steht, sondern auch die Teilchenzahlverteilung. Das heißt, bei hinreichender Teilchenzahl wird die Hälfte aller Teilchen im Winkelbereich $0^\circ \leq \theta_s \leq \theta_{s\frac{1}{2}} = 90^\circ$ emittiert⁺.

Bei isotroper Emission im S-System wird dann im L-System gemäß Gl. 6 die Hälfte aller erzeugten Teilchen unter Winkeln $\theta_L \leq \theta_{L\frac{1}{2}}$ emittiert. Für den "Halbwinkel" $\theta_{L\frac{1}{2}}$ gilt

$$\operatorname{tg} \theta_{L\frac{1}{2}} = \frac{1}{\gamma_s}$$

⁺ Mit hinreichender Teilchenzahl ist hier und im folgenden gemeint, daß der Impulssatz sowohl für die neutralen wie für die geladenen Teilchen getrennt erfüllt ist. Die Verteilung der geladenen Teilchen dürfte dann als Maß für die gesamte Verteilung genommen werden. In den meisten Fällen kann nämlich nur die Verteilung der geladenen Teilchen einigermaßen sicher gemessen werden, da die neutralen Teilchen nur über ihre Zerfallsprozesse und Reaktionen analysierbar werden. - Erste Messungen aus Berkeley (Ki 58) und Dubna (Ba 59c) zeigen in der Tat, daß die Verteilung der neutralen π -Mesonen nicht wesentlich anders ist als die der geladenen π -Mesonen. In Einzelfällen (Ci 57) wird aber beobachtet, daß sich die Symmetrie zur 90° -Ebene im S-System nur ergibt, wenn man die Emission neutraler π -Mesonen berücksichtigt. (Siehe dazu auch Gu 58.) Hasegawa (Ha 58) findet jedoch auch an einem Ereignis mit 10^{14} eV Primärenergie, daß die Winkelverteilung der geladenen Schauerteilchen gleich der Winkelverteilung der neutralen π -Mesonen ist.

Abb. 14 "Halbwinkel" $\Theta_{L\frac{1}{2}}$ in Abhängigkeit von der
Primärenergie. $E_{\text{prim}} = (2 \gamma_s^2 - 1) M_p c^2$,
 M_p = Protonenruhmase

Kurven

- | | | |
|------------------------------------|---|-----------------------|
| I. Isotropie und $m = 1$ | } | im S-System (s. Text) |
| II. Isotropie und $\bar{m} > 1$ | | |
| III. Anisotropie und $\bar{m} > 1$ | | |

	<u>Dubna</u> (Ba 58)	}	Berkeley
	(Ja 59 ^b)		
	(Ha 56)		
	(Ja 59 ^a)		<u>Fragmentierungen</u>

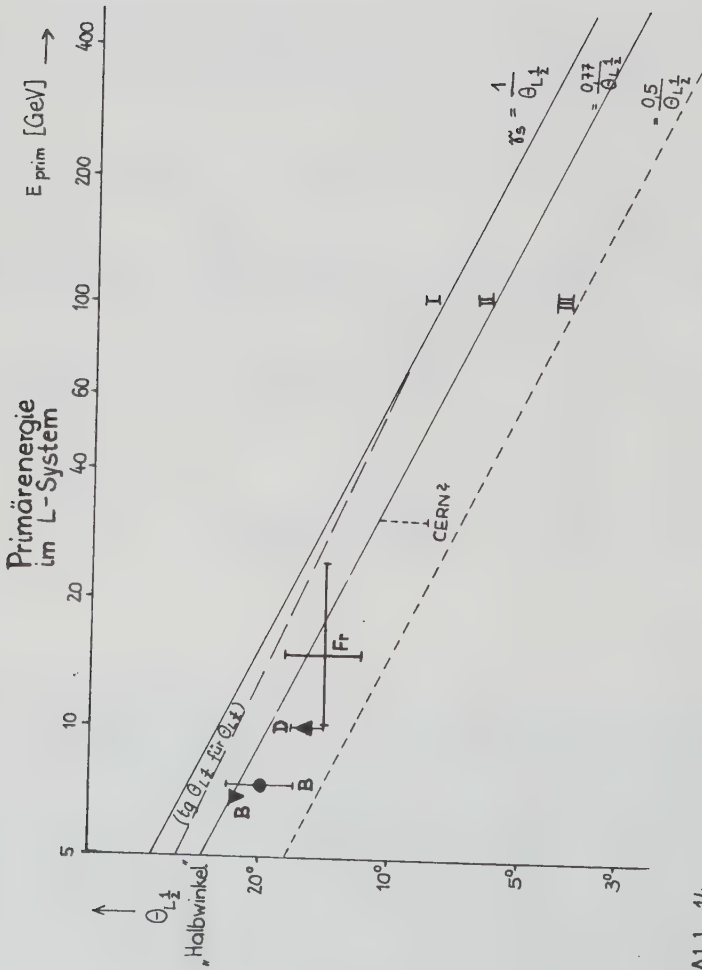


Abb. 14

Daraus folgt also für Nukleon-Nukleonstöße

$$7) \quad \gamma_s = \frac{1}{\operatorname{tg} \Theta_{L\frac{1}{2}}} \quad \text{bzw.} \quad E_{\text{prim}} = \left(\frac{2}{\operatorname{tg}^2 \Theta_{L\frac{1}{2}}} - 1 \right) \cdot M c^2$$

$M = \text{Nukleonenruhmase}$

oder für $\gamma_s \gg 1$

$$\gamma_s \approx \frac{1}{\Theta_{L\frac{1}{2}}} \quad \text{bzw.} \quad E_{\text{prim}} \approx \frac{2 M c^2}{\Theta_{L\frac{1}{2}}^2}$$

Zur praktischen Abschätzung von $\Theta_{L\frac{1}{2}}$ bestimmt man zweckmäßigerweise den Halbwert der integralen Winkelverteilung (Li 56). Für die Abweichungen von isotroper Emission und $m = 1$ im S-System ergeben sich Korrekturfaktoren, die wir im folgenden noch erwähnen werden.

Daß eine solche Abschätzung der Primärenergien möglich ist, zeigt Abbildung 14. Einmal hat man sie an Beschleunigern mit bekannter Energie prüfen können (Ba 58, Ja 59^b, Ha 56). Zum anderen kann man aus der Fragmentierung schwerer Kerne unabhängige Abschätzungen der Primärenergie gewinnen (Ja 59^a). Der aus dem Emissionswinkel der Fragmente ermittelte Wert der Primärenergie kann mit dem aus dem Halbwinkel der erzeugten Schauerteilchen erhaltenen Wert verglichen werden. Allerdings sind die Fehlerquellen im letzten Fall sehr groß, da die von der Fragmentierung herrührenden Protonenspuren nicht von den Spuren der erzeugten Schauerteilchen unterschieden werden können.

An den aufgetragenen "Eichpunkten" in Abb. 14 sieht man, daß die Primärenergie E_{prim} nach der Beziehung 7 für Isotropie und $m = 1$ etwa um einen Faktor $(0,7)^2$ zu hoch abgeschätzt wird. Diese systematische Korrektur liegt aber in der Größenordnung der statistischen Schwankungen (siehe Tabelle A 1 im Anhang). Bei den von uns ermittelten Werten der Primärenergien in Abb. 12, die aus dem Halbwert der integralen Winkelverteilungen für $m = 1$ und Isotropie errechnet wurden, dürfte also der wahrscheinlich richtigere (wahre) Wert der Primärenergien näher an der unteren Grenze der angegebenen Intervalle liegen als an der oberen.

Wir haben diese Abschätzung verwendet, um unsere Ergebnisse in Abb. 12 unter einheitlichen Gesichtspunkten mit denen anderer Autoren vergleichen zu können. Die übernommenen Punkte in Abb. 12 wurden von den Autoren auch unter der Voraussetzung $m = 1$ und Isotropie erhalten. Die systematische Korrektur hat auf die folgenden Betrachtungen der Winkelverteilungen keinen Einfluß. Wir berücksichtigen sie erst bei den Abschätzungen der mittleren Sekundärenergien und Inelastizitäten.

Rotationssymmetrische, isotrope Abstrahlung im S-System bei konstanter Sekundärenergie ($m = 1$)

Bei rotationssymmetrischer Abstrahlung zur Stoßachse lassen sich die Winkelverteilungen allein durch die gegen die Stoßachse gemessenen Winkel θ_L im L-System, bzw. θ_S im S-System beschreiben. Gibt man ein Energiespektrum der Sekundärteilchen im S-System vor, kann eine gegebene Winkelverteilung des S-Systems mit dem ihrer Primärenergie entsprechenden Lorentzfaktor γ_S ins L-System transformiert werden.

Für $m = 1$ gilt

$$8) \quad dF = n_S(\theta_S) \frac{\partial \cos \theta_S}{\partial \cos \theta_L} d \cos \theta_L$$

$$\text{mit} \quad \frac{\partial \cos \theta_S}{\partial \cos \theta_L} = \frac{4 \gamma_S^2}{\cos^3 \theta_L (1 + \gamma_S^2 \operatorname{tg}^2 \theta_L)^2}$$

(siehe Anhang).

$n_S(\theta_S)$ ist dabei die differentielle Winkelverteilung im S-System, und $F(\theta_L)$ gibt die integrale Winkelverteilung im L-System an.

Bei isotroper Verteilung im S-System wird somit

$$9^a) \quad dF_1 = \text{const.} \frac{\gamma_S \operatorname{tg} \theta_L d(\gamma_S \operatorname{tg} \theta_L)}{(1 + \gamma_S^2 \operatorname{tg}^2 \theta_L)^2} = \text{const.} \frac{u^* du^*}{(1 + u^{*2})^2}; \quad u^* = \gamma_S \operatorname{tg} \theta_L$$

Daraus ergibt sich die auf eins normierte integrale Verteilung

$$9^b) \quad F_1 = \frac{\gamma_s^2 \operatorname{tg}^2 \theta_L}{1 + \gamma_s^2 \operatorname{tg}^2 \theta_L} = \frac{u^{*2}}{1 + u^{*2}},$$

aus der für ihren Halbwert $F_1(\theta_{L\frac{1}{2}}) = 1/2$ die Beziehung 7 folgt.

Wir sehen, daß es zweckmäßig ist, die Größe $u = \gamma_s \operatorname{tg} \theta_L$ als Variable zu nehmen. Für $\gamma_s > 5$ ($E_{\text{prim}} > 50$ GeV) kann sogar $u = \gamma_s \theta_L$ in guter Näherung verwendet werden, wie Abbildung 15 zeigt.

Über die Substitution $x = \log_{10} u^*$ erhalten wir aus Gl. 9^a

$$10) \quad \frac{dF_1}{d \log u^*} = \text{const.} \cdot \frac{u^{*2}}{(1 + u^{*2})^2} = F_1'$$

Das heißt, die logarithmische Winkelverteilung ist symmetrisch zum Wert $u^* = 1$. Für die mittlere Schwankungsbreite $\sigma_{F_1}^*$ ergibt sich (Ca 53)

$$\sigma_{F_1}^{*2} = \frac{2}{\log e} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\log^2 u^* \cdot u^{*2}}{(1 + u^{*2})^2} d \log u^* = (0,39)^2$$

In Abbildung 16 haben wir neben der Verteilung F_1' auch ihre Approximation durch Gaußverteilungen aufgetragen. Da die Verteilung F_1' nach kleineren und größeren Werten $\gamma_s \operatorname{tg} \theta_L$ schwächer als eine Gaußverteilung abfällt, ergibt sich im Bereich der größten Häufigkeit eine bessere Anpassung, wenn man für die approximierende Gaußverteilung $\sigma_{F_1} = 0,36$ wählt. Von der etwas ungünstigeren Approximation in den Enden der Verteilung werden dann etwa nur 1% der zu erwartenden Teilchenzahlen betroffen.

Aus der Schwankungsbreite der Verteilung erhält man auch ein Maß für den statistischen Fehler bei der Abschätzung der Primärenergie. Für die Verteilung F_1 folgt aus der Beziehung 6 nach Castagnoli et al. (Ca 53) ("Castagnoli-Formel")

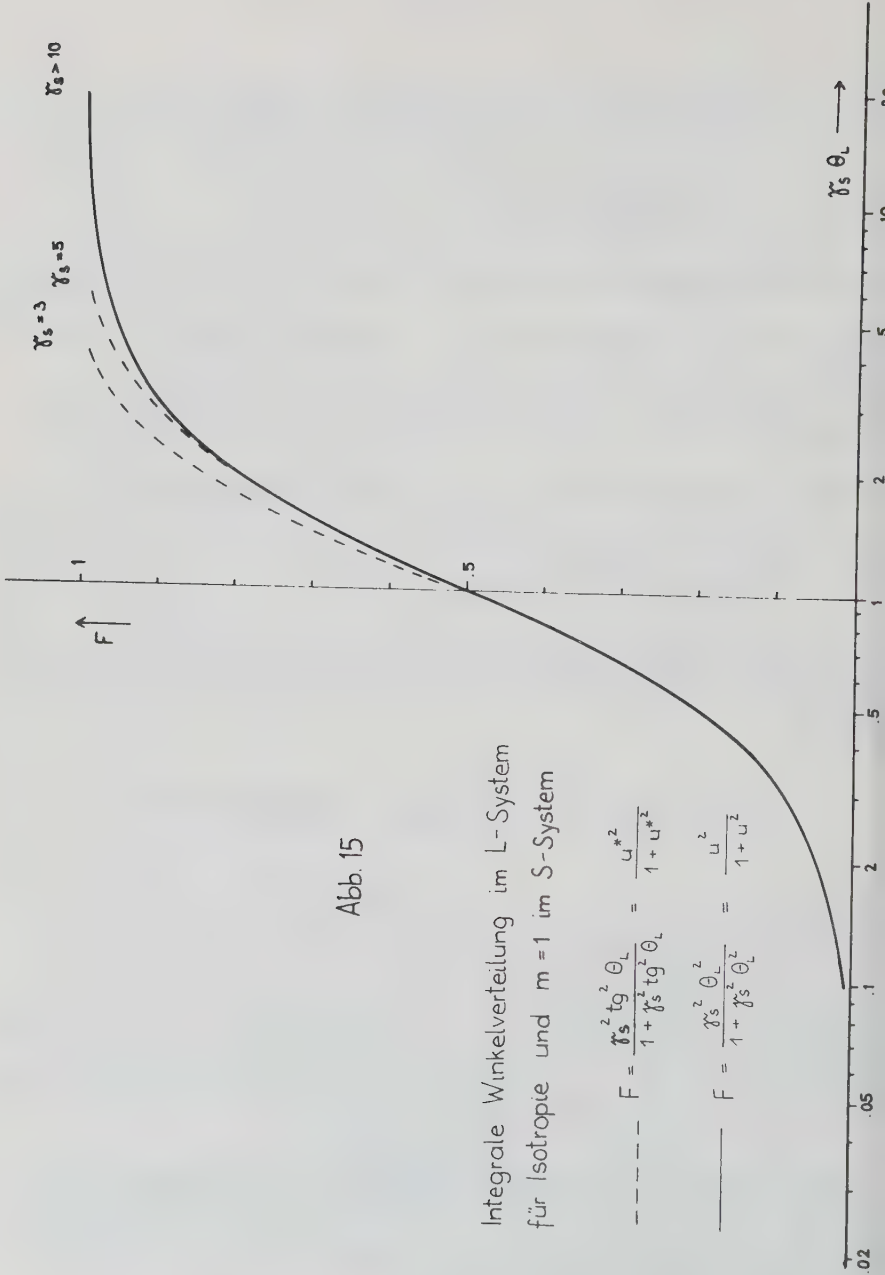


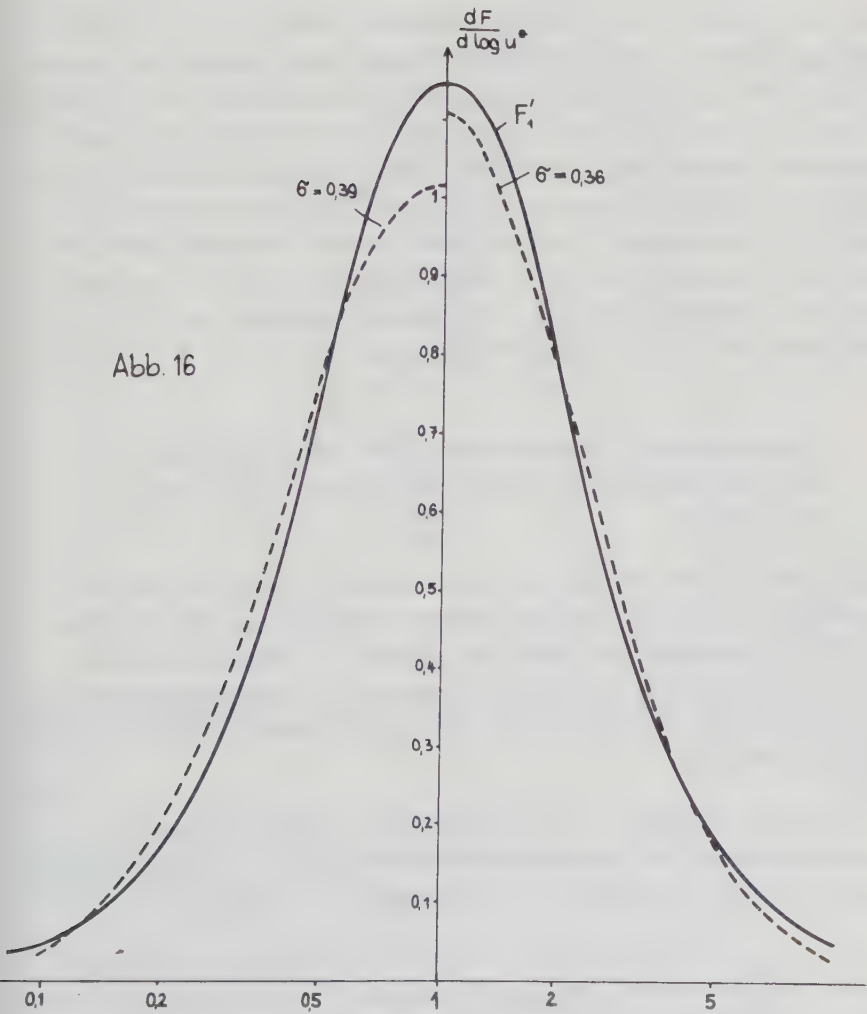
Abb. 15

Integrale Winkelverteilung im L-System
für Isotropie und $m=1$ im S-System

$$F = \frac{\gamma_S^2 \operatorname{tg}^2 \theta_L}{1 + \gamma_S^2 \operatorname{tg}^2 \theta_L} = \frac{u^{*2}}{1 + u^{*2}}$$

$$F = \frac{\gamma_S^2 \theta_L^2}{1 + \gamma_S^2 \theta_L^2} = \frac{u^2}{1 + u^2}$$

Abb. 16



Differentielle Winkelverteilung im L-System für
 Isotropie und $m=1$ im S-System, sowie
 Approximation durch Gaußkurven (-----).
 $u^* = r_s \tan \theta_L$

$$11) \quad \log \gamma_s = - \frac{1}{n_s^{\frac{1}{2}}} \sum_{\nu=1}^{n_s^{\frac{1}{2}}} \log (\operatorname{tg} \theta_{L\nu}) \pm \frac{6_{F_1}^*}{\sqrt{n_s^{\frac{1}{2}}}}$$

Bei dieser Abschätzung der Primärenergien können die mit größeren Fehlern behafteten Meßwerte kleiner Winkel sehr störend ins Gewicht fallen. Wenn man die Primärenergien aus dem Halbwert der integralen Winkelverteilung abschätzt, tritt diese Schwierigkeit nicht auf, da zu seiner Bestimmung die kleinen Winkel nur wenig beitragen (Li 56). Dadurch, daß wir die Winkelverteilung als Funktion von $\gamma_s \operatorname{tg} \theta_L$ bzw. $\gamma_s \theta_L$ betrachten, sind sie unter diesen Voraussetzungen unabhängig von der Primärenergie. Diese Eigenschaft bleibt - ebenso wie ihre "gaußähnliche" Form - weitgehend erhalten, wenn wir Abweichungen von unseren gemachten Annahmen betrachten.

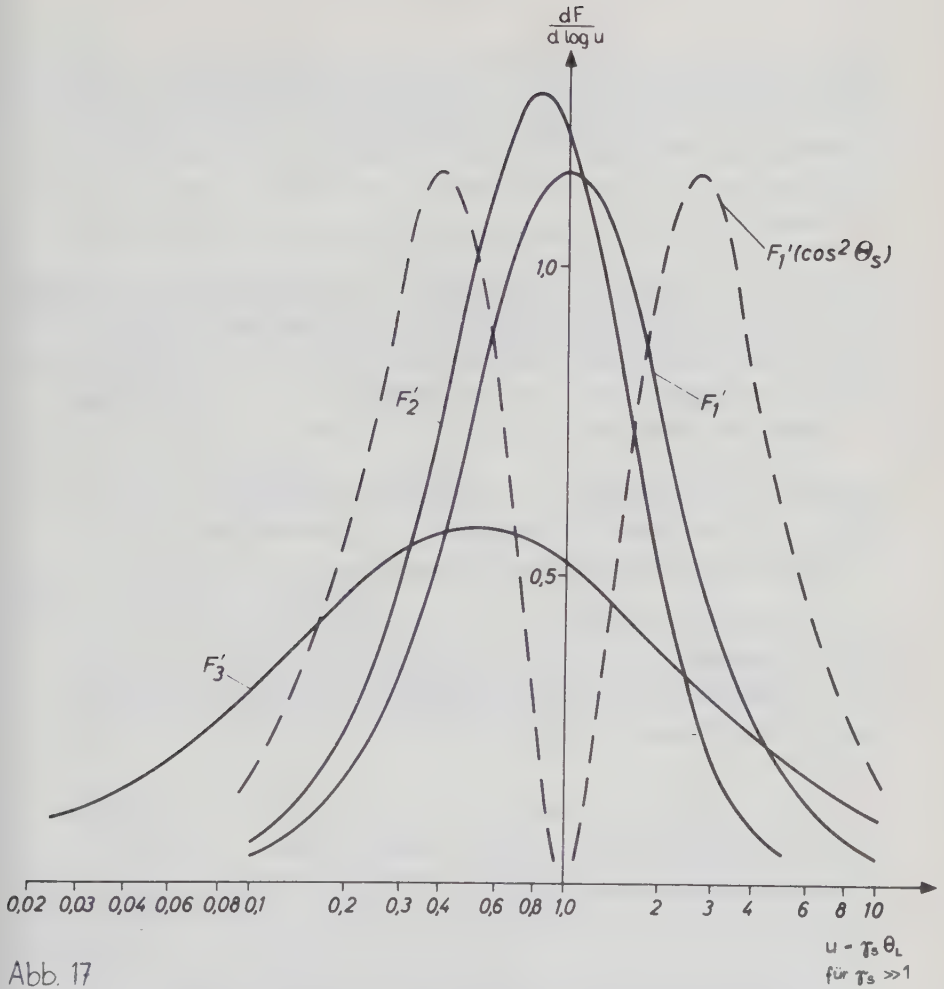
Vorhandensein eines Energiespektrums im S-System mit $\bar{m} > 1$ und weiterhin isotrope Abstrahlung ($\bar{m}$ = Mittelwert von m)

Will man die Winkelverteilung für spezielle Formen des Energiespektrums im S-System transformieren, kommt man auf relativ komplizierte Ausdrücke, die nur näherungsweise zu überblicken sind (siehe Sy 53, Ta 58). Wir wollen hier nur einige Eigenschaften soweit qualitativ beschreiben, wie wir sie für unsere folgenden Überlegungen benötigen.

Nach der von Symanzik (Sy 53) angegebenen Winkelverteilung für ein Energiespektrum, das nach hohen Energien wie $\frac{1}{\gamma_{0s}^2}$ abfällt, ergibt sich die mit F_2' bezeichnete Verteilung in Abbildung 17.

$$12) \quad \frac{dF_2}{d \log u} = \text{const.} \cdot \frac{u^2}{(1+u^2)^{\frac{5}{2}}} = F_2'; \quad u = \gamma_s \theta_L \quad \gamma_{0s} = \text{Sekundärenergie in Ruhmasseneinheiten}$$

$\gamma_s > 5$



Differentielle Winkelverteilung im L-System für verschiedene Annahmen im S-System

- F_1' = Isotropie und $m = 1$ (wie Abb. 16)
 - F_2' = Isotropie und Energiespektrum mit $\bar{m} > 1$
 - $(\cos^2 \theta_s) F_1'$ = Anisotropie und $m = 1$, θ_s = Winkel im S-System
 - F_3' = Anisotropie und Energiespektrum mit $\bar{m} > 1$
- } siehe Text

(Ein Energiespektrum mit einem Abfall wie $\frac{1}{\gamma_{0s}^2}$ ergibt sich nach Heisenbergs Modellvorstellung (He 52). Es führt im Vergleich mit anderen Modellvorstellungen zu den geringsten, möglicherweise zu erwartenden mittleren Sekundärenergien im S-System, wie wir später noch sehen werden.)

Diese Winkelverteilung hat gegenüber F_1' eine geringere Schwankungsbreite ($\sigma_{F_1} \leq 0,34$). Das ist darauf zurückzuführen, daß die Teilchen relativ geringer Energie im S-System bei der Transformation ins L-System stärker nach vorn gebündelt werden. Der Schwerpunkt der Verteilung verschiebt sich dadurch nach kleineren Winkeln hin.

Gegenüber den in Schauern zu erwartenden Verhältnissen sollte also $\sigma_{F_1} = 0,36$ ein oberer Grenzwert für die Schwankungsbreite einer die Winkelverteilung approximierenden Gaußverteilung sein.

Aus der stärkeren Bündelung der Schauerteilchen bei $\bar{m} > 1$ folgt noch, daß die Primärenergie unter der Voraussetzung $m = 1$ zu hoch abgeschätzt wird. Für den Fall der Verteilung F_2' ergibt sich eine Korrektur der Beziehung 7 zu

$$13) \quad \gamma_s = \frac{0,77}{\theta_{L\frac{1}{2}}} \quad \gamma_s \gg 1$$

(Sy 53.) (Siehe auch Abb. 14.)

Rotationssymmetrische Abstrahlung unter Bevorzugung
der Richtung der Stoßachse (Anisotrope Winkelverteilung)

Für eine (weiterhin rotationssymmetrische) Anisotropie der Art

$$n_s(\theta_s) = a_0 + a_1 \cos^2 \theta_s + \dots + a_n \cos^{2n} \theta_s$$

$$a_1 = \text{const.}$$

werden zum Beispiel Teilchen vorzugsweise in Richtung der Stoßachse emittiert. In der Näherung für $m = 1$ erscheint dann die Verteilung $n_s(\theta_s)$ des S-Systems im L-System als Produkt von $n_s(\theta_s) \cdot F_1' \cdot \text{const.}$

Anisotropie und konstante Sekundärenergie ($m = 1$)

Wir betrachten den Fall, daß in $n_s(\theta_s)$ nur $a_1 = \text{const.}$ ist, und alle anderen Koeffizienten verschwinden. Dann wird wegen der Beziehungen 8 und 10 und wegen

$$\cos \theta_s = \frac{1 - \gamma_s^2 \tan^2 \theta_L}{1 + \gamma_s^2 \tan^2 \theta_L} = \frac{1 - u^{*2}}{1 + u^{*2}} \quad (\text{Anhang Gl. A 20})$$

die Verteilung im L-System

$$14) \quad (\cos^2 \theta_s) \cdot F_1' = \frac{dF \cos^2}{d \log u^*} = \frac{\text{const. } u^{*2} (1 - u^{*2})^2}{(1 + u^{*2})^4} ; \quad u^* = \gamma_s \tan \theta_L$$

Diese Verteilung ist auch in Abb. 17 aufgetragen, aber nicht auf die Verteilung F_1' und F_2' normiert worden. Sie zerfällt in zwei Teile. Eine Gruppe kleiner Winkel stammt von den im S-System nach vorn emittierten Teilchen. Die im L-System unter größeren Winkeln erscheinende Teilchengruppe entspricht den im S-System nach hinten laufenden Teilchen. An der Stelle des Maximums bei isotroper Emission erscheint für eine reine $\cos^2 \theta_s$ - Verteilung ein Minimum. Der Abstand der Maxima ist dabei unabhängig von der Primärenergie. Höhere $\cos^{2n} \theta_s$ - Glieder bewirken ein weiter werdendes Auseinanderfallen der Maxima mit wachsendem n , was einer ausgeprägteren Bündelung der Teilchen um die Stoßachse entspricht. Sie könnte zum Beispiel von der Primärenergie abhängen.

Im allgemeinen wird man keine reine $\cos^2 \theta_s$ - Verteilung im S-System erwarten dürfen, sondern eine Überlagerung von isotropen und anisotropen Anteilen. Ist der anisotrope Beitrag schwach, wird sich die Verteilung gegenüber der isotropen nur etwas verbreitern. Das heißt, die Schwankungsbreite δ wird gegenüber der isotropen Verteilung etwas größer sein. Mit steigendem Anteil des anisotropen Gliedes fällt sie in zwei gaußähnliche Verteilungen auseinander (siehe auch Ca 53). Die Form der wirklichen Verteilung im L-System hängt außer von den Koeffizienten a_v , auch noch von der Form des vorliegenden Energiespektrums ab.

Anisotropie und Energiespektrum im S-System mit $\bar{m} > 1$

Wir betrachten als Beispiel eine Winkelverteilung im S-System, für die in unserer Schreibweise die Koeffizienten in $n_s(\theta_s)$ etwa $a_0 \cong a_1 \cong \text{const.}$, und alle $a_v \cong 0$ für $v \geq 2$ sind. Außerdem wird wieder ein Energiespektrum mit $dn_s/d\gamma_{0s} \sim \gamma_{0s}^{-2}$ angenommen (siehe vorangehende Abschnitte). Dann erhält man mit Symanzik (Sy 53) näherungsweise die in Abb. 17 aufgetragene Verteilung F_3'

$$15) \quad \frac{dF_3}{d \log u} = \text{const.} \cdot \frac{u}{(1+2u)^2} = F_3' \quad \begin{array}{l} u = \gamma_s \theta_L \\ \gamma_s \approx 20 \end{array}$$

Durch die annähernd gleich große Wahl der Koeffizienten des isotropen wie des $\cos^2 \theta_s$ - Anteils stellt sich für die gesamte Verteilung wieder ein einziges Maximum ein. Die Schwankungsbreite der approximierenden Gaußverteilung ist aber bis auf etwa $\delta_{F_3} = 0,7$ angewachsen.

Aufgrund der Anisotropie werden die im S-System nach vorn gehenden Teilchen noch stärker gebündelt, als es schon für den Einfluß eines Energiespektrums bei isotroper Emission der Fall war. Der Schwer-

punkt der Verteilung F_3' ist gegenüber der Verteilung F_1' um einen Faktor 2 nach kleineren Winkeln hin verschoben. Für die Abschätzung der Primärenergie aus dem Halbwinkel folgt daraus eine Korrektur zu (Sy 53)

$$16) \quad \beta_s = \frac{0,5}{\theta_{L\frac{1}{2}}} \quad ; \quad \beta_s \approx 20$$

Wir haben die vorangehenden Erörterungen qualitativ durchgeführt. Es kam uns hier nur darauf an, zu begründen, daß bei logarithmischer Auftragung der Winkelverteilungen ein anisotroper Anteil der Verteilung im S-System zu größeren Schwankungsbreiten im L-System führt als isotrope Emission. $\tilde{\sigma}_{F_1} = 0,36$ ist dabei sehr wahrscheinlich ein oberer Grenzwert für die approximierende Gaußverteilung bei isotroper Emission. Die hierbei getroffene Voraussetzung rotations-symmetrischer Emission ist nicht mehr erfüllt, wenn eine stärkere Bahndrehimpulsübertragung bei nichtzentralen Stößen (Stoßparameter $b > 0$) stattfindet. Dann wäre die den Stoßparameter enthaltende, azimutale Ebene ausgezeichnet. Wir kommen im folgenden darauf zurück.

a₂) Zweizentrenvorstellung

Kinematik für die "Isobaren"-Vorstellung

Takagi (Ta 52) sowie Kraushaar und Marks (Kr 54) haben die Ansicht vertreten, daß die Vielfacherzeugung nicht von einem gemeinsamen Wechselwirkungsvolumen der Nukleonen ausgehe. Nach ihrer Vorstellung regen sich zwei Nukleonen beim Stoß gegenseitig an und strahlen dann getrennt voneinander die Anregungsenergie wieder in Form von Teilchen ab. ("Isobaren"-Modell.)

Für die Emission sind jetzt zwei S-Systeme verantwortlich, die sich im L-System mit den Geschwindigkeiten der angeregten Nukleonen be-

L - System

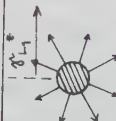
vor Stoß



nach Stoß

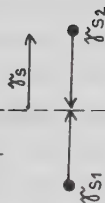


S-System von Teilchen 1

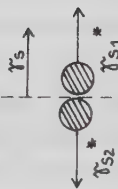


gemeinsames S-System

vor Stoß



nach Stoß



S-System von Teilchen 2

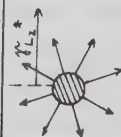


Abb. 18

Kinematik für Zweizentrenvorstellung. Es wurde der Fall eingetragen, in dem die Emissionszentren in Richtung der Stoßachse fortfliegen.

wegen. Siehe Abbildung 18. Von dem im gemeinsamen S-System nach vorn laufenden Zentrum gehen die im L-System eng gebündelten Teilchen aus, während die von dem nach hinten laufenden Zentrum stammenden Teilchen einen breiteren Kegel bilden. Die Abstrahlung von jedem der Zentren für sich gehe in dessen S-System isotrop vor sich. Die Anregungsenergie verteile sich symmetrisch auf die beiden Zentren.

Dann ergibt sich für die Verteilung der Produkte $\gamma_s \lg \theta_L$ folgendes Bild (Abb. 19): Anstelle einer geschlossenen Verteilung tritt die Überlagerung zweier (isotroper) Verteilungen auf. Ihre Maxima sind durch die im L-System verschiedenen Geschwindigkeiten der Zentren bestimmt. Deren Abstand voneinander wird durch die Geschwindigkeit der Zentren im gemeinsamen S-System festgelegt. Ist diese Geschwindigkeit genügend groß, sollte die Verteilung in zwei Maxima auseinanderfallen. In jedem Fall wird also die Schwankungsbreite der gesamten Verteilung im L-System größer sein als bei isotroper Emission im Einzentrenbild. Im Prinzip ergibt sich ein Erscheinungsbild, wie wir es von der anisotropen Verteilung im Einzentrenbild her kennen (Abb. 17). Dort hatten wir gesehen, daß eine größere Schwankungsbreite der Winkelverteilung zustandekommen kann, wenn man eine anisotrope Verteilung im S-System annimmt.

Bei vollkommen inelastischen (zentralen) Stößen wären die Geschwindigkeiten der Zentren im gemeinsamen S-System gleich null ($\gamma_s^* = 1$). Die Maxima der einzelnen Verteilungen fallen dann zusammen. Es läge wieder eine Gesamtverteilung vor, wie sie im Einzentrenbild bei isotroper Abstrahlung zu erwarten ist. (Definition der Inelastizität siehe § 3 c.) Das heißt aber, die Verschiebung der Maxima und damit die Breite der Gesamtverteilung im L-System hängt von der Inelastizität ab. Da nicht alle Stöße zentral und vollkommen inelastisch sein können, müßte die Flugrichtung der beiden Zentren nach dem Stoß im Mittel einen Winkel zur Stoßachse bilden. Das

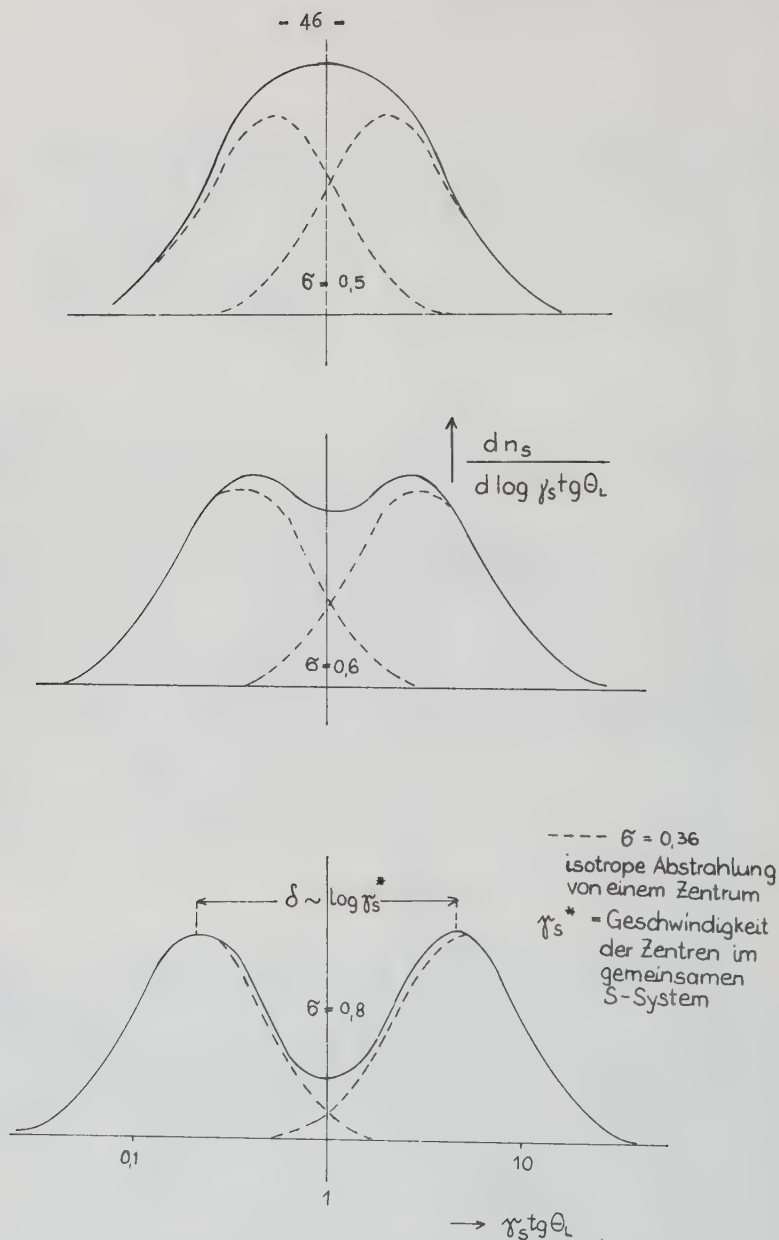


Abb. 19

Differentielle Verteilung der Produkte $\gamma_s \operatorname{tg} \theta_L$ im Bilde der Zweizentrenvorstellung (Gl 60^a).

hätte eine Abweichung von der Rotationssymmetrie zur Folge (Ko 58), denn die durch den Streuwinkel definierte azimutale Ebene ist ausgezeichnet.

"Fire-ball"-Vorstellung

Die erwähnte Abweichung von der Rotationssymmetrie könnte auf die ursprünglichen Nukleonen beschränkt bleiben, wenn man mit Bohm (Ed 58), Cocconi (Co 58) und Ciok et al. (Ci 58^{a,b}) von einer anderen Zweizentrenvorstellung ausgeht. Bei ihrer "Fire-ball"-Vorstellung sollen sich zunächst die Nukleonen gegenseitig anregen, dann aber von den dabei entstandenen Mesonenwolken trennen.

Im ganzen sind die Zweizentrenvorstellungen noch nicht so weit durchüberlegt, daß man ihre Konsequenzen quantitativ überblicken kann (siehe Koba und Takagi 59^a). Man könnte vermuten, daß sich für sehr hohe "Anregungen" der Nukleonen wieder eine Einzentrenemission einstellt, wenn die Zentren schneller zerfallen, als sie sich aus dem Bereich ihrer gegenseitigen Wechselwirkung entfernen können.

a₃) Begründung des Auswerteverfahrens

Aus den kinematischen Betrachtungen entnehmen wir, daß es zweckmäßig ist, die Variable $\gamma_s \operatorname{tg} \theta_L$ bzw. $\gamma_s \theta_L$ im logarithmischen Maßstab zur Charakterisierung der Winkelverteilungen zu benutzen. Dann ist man weitgehend unabhängig von der Primärenergie. Das ist insofern wichtig, da in der kosmischen Strahlung keine einheitliche Primärenergie vorliegt. Man kann also Gruppen von Ereignissen verschiedener Primärenergie zu "Modellereignissen" großer Teilchenzahl zusammenfassen. So wird eine statistisch genauere Aussage möglich. Da sich die "Modellereignisse" durch Gaußverteilungen approximieren lassen, können deren Schwankungsbreiten relativ leicht als Maß für die Abweichungen von den getroffenen Annahmen genommen werden.

Systematische Fehler der Primärenergieabschätzung spielen dabei soweit keine Rolle, als sie sich durch konstante Korrekturfaktoren ausdrücken. Bei der logarithmischen Auftragung führt das nur zur Parallelversetzung. Nur, soweit die Korrekturfaktoren selbst von der Primärenergie abhängen, wird die Analyse beeinflusst. Die Abhängigkeit von der Primärenergie kann untersucht werden, wenn man bei sehr großem Variationsbereich der Primärenergie verschiedene Gruppen von Primärenergien zu "Modellereignissen" zusammenfaßt. - Über eventuell vorhandene azimutale Vorzugsrichtungen wird bei diesem Verfahren gemittelt.

2. b. Analyse der experimentell bestimmten Winkelverteilungen

b₁) Verteilung der räumlichen Winkel zur Stoßachse

Ältere Anhaltspunkte für eine anisotrope Emission
im S-System bei Primärenergien oberhalb 1000 GeV

Seit den Messungen der Chikagoer Schule am "S-star"-Ereignis (Lo 50, Sc 55) gibt es experimentelle Anhaltspunkte für eine anisotrope Winkelverteilung unter Bevorzugung der Stoßachse. Auch Bradt et al. (Br 50) haben anisotrope Verteilungen beobachtet. In den Untersuchungen von Kaplon und Ritson (Ka 52), Debenedetti et al. (De 56^a) und Hänni et al. (Hä 56) wurde dieser Sachverhalt bestätigt. Hinweise auf eine solche Anisotropie sind auch bei Untersuchungen gefunden worden, die mit Zählrohr- und Nebelkammerapparaturen gemacht wurden (Wa 53). Siehe dazu auch die Zusammenfassungen von Rosental und Tschernavski (Ro 56) und Koba und Takagi (Ko 59^a). Die Primärenergien der untersuchten Ereignisse bewegten sich bei den angegebenen Experimenten in der Größenordnung 10^{12} - 10^{13} eV.

Zur anisotropen Winkelverteilung bei Primär-
energien im Bereich von 20 - 1000 GeV

I. Unser Versuchsmaterial und die gemessene Verteilung der Produkte $\gamma_s \theta_L$

Wir haben die Winkelverteilungen von 22 Ereignissen ähnlichen Typs wie in Abb. 1 mit Primärenergien zwischen 20 und 500 GeV gemessen und zusammengefaßt. Herangezogen wurden Schauer der kosmischen Strahlung, die gut meßbar in der Kernemulsion liegen, und deren Anzahl von geladenen Schauerteilchen $n_s^+ \geq 8$ ist. (Siehe auch Abb. 10 und 12, sowie Tabelle A 1 im Anhang.) Die Anzahl "schwerer" Spuren pro Ereignis ist $N_h \leq 3$. Die Mittelwerte für die 22 Ereignisse sind $\bar{n}_s^+ = 11,6$ und $\bar{N}_h = 1,3$.

Durch diese Auswahl wurde erreicht, daß einerseits die Bestimmung der Primärenergie nicht zu ungenau wurde, und daß man andererseits überhaupt zu einer brauchbaren Anzahl auswertbarer Ereignisse kommt. Denn die als reine Nukleonenstöße zu interpretierenden Ereignisse mit $N_h = 0$ (Abb. 1) sind zu selten. (Unter den 22 Ereignissen sind 10 ohne "schwere" Spuren.) Für die Ereignisse mit so wenigen "schweren" Spuren soll aber angenommen werden, daß der begleitende komplexe Kern nur wenig am Stoßvorgang beteiligt war.

Diese 22 Ereignisse stammen aus Untersuchungen, bei denen insgesamt etwa 35 000 Kernreaktionen gefunden wurden. (Sardinien-Expeditionen 1952 und 1953.) Etwa 20 000 davon wurden im Max-Planck-Institut für Physik und 15 000 im Istituto di Fisica in Padua registriert.

Die Messungen wurden an einem Leitz-Koordinaten-Komparator, an Leitz-Mikroskopen Ortholux, sowie am Koristka-Mikroskop MS 2 durchgeführt.

An den erwähnten 22 Ereignissen wurden 256 Spuren vermessen und die Werte $u = \gamma_s \theta_L$ bestimmt. Ihre differentielle Verteilung wurde im logarithmischen Maßstab aufgetragen. Wir sind bei dieser Auswertung von den Überlegungen ausgegangen, die wir im vorigen Kapitel angestellt haben.

Die Werte der Primärenergien γ_s wurden nach dem in (L1 56) angegebenen Verfahren aus den Halbwerten der integralen Winkelverteilungen erhalten. Die statistischen Fehler unserer Primärenergieabschätzungen bewegen sich bei $\Delta \gamma_s / \gamma_s \approx 30\%$ (siehe Tab. A 1 Anhang). Systematische Fehler ihrer Abschätzung führen nur zur gleichen Parallelversetzung aller Winkelverteilungen und haben auf unsere Betrachtung keinen Einfluß.

Die Fehler der Winkelmessungen bleiben im Mittel kleiner als 30% (siehe Anhang).

In Abbildung 20 haben wir unsere Meßwerte und das Ergebnis unserer Winkelanalyse zusammengefaßt.

II. Diskussion unserer Winkelverteilung

Wir können unsere Verteilung (Abb. 20) durch eine Gaußverteilung anpassen, für die $\tilde{\sigma}_{\text{exp}} = 0,44$ ist. Das 95% Vertrauensintervall für $\tilde{\sigma}_{\text{exp}}$ reicht von 0,41 bis 0,46. Diese Schwankungsbreite $\tilde{\sigma}_{\text{exp}}$ setzt sich aus der echten Schwankung und den Schwankungen aufgrund der Meßfehler und der Primärenergieunsicherheit zusammen. Den Anteil der Meßfehler können wir abspalten. Einem mittleren Fehler der Winkelmessung von $\frac{\Delta \theta_L}{\theta_L} \approx 30\%$ entspricht ein $\sigma_{\text{Meß}}^2 \approx 0,1^2$.

$$\tilde{\sigma}_{\text{exp}}^2 = \tilde{\sigma}_{\text{echt} + \gamma_s}^2 + \sigma_{\text{Meß}}^2$$

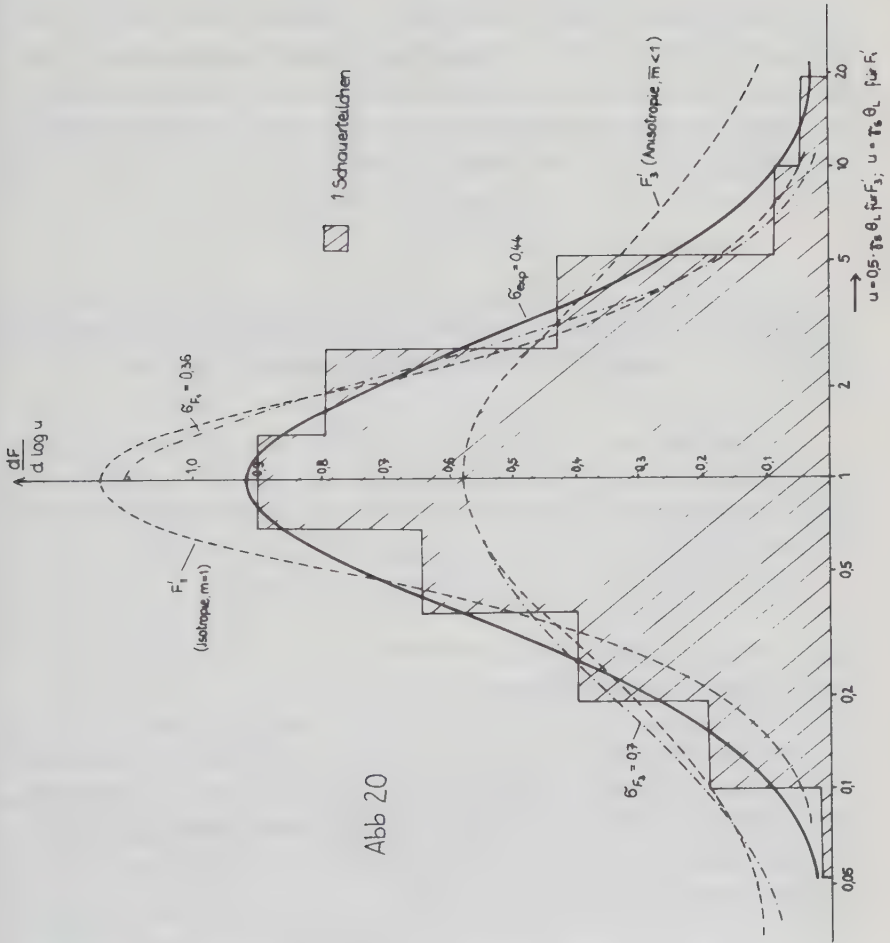


Abb 20

Abb. 20

Differentielle Verteilung unserer Produkte $\gamma_s \theta_L$, die an 22 Schauern von 20 - 500 GeV Energie gemessen wurden. (Siehe Text.) (Primärenergien siehe Abb. 12 und Tabelle A 1 Anhang.)

Für eine isotrope Winkelverteilung im S-System wäre - wie wir schon erwähnten - $\sigma_{F_1} = 0,36 = \sigma_{\text{echt isotr.}}$ ein oberer Grenzwert für die echte Schwankung der approximierenden Gaußverteilung. Die Schwankung der Primärenergien ergäbe sich bei Isotropie zu $\sigma_{\gamma_{S F_1}} = 0,36 / \sqrt{n_s + 1} = 0,11$. Das heißt, es wäre

$$\sigma_{\text{echt} + \gamma_{S \text{ isotrop}}}^2 \lesssim \sigma_{F_1}^2 + 0,11^2 \approx 0,38^2$$

Wir müßten also bei Isotropie eine wahrscheinlichste Schwankungsbreite der approximierenden Gaußverteilung erhalten, die

$$\sigma_{\text{exp isotr.}}^2 \lesssim 0,38^2 + 0,1^2 \approx 0,39^2 \quad \text{ist.}$$

Dieser Wert unterscheidet sich signifikant von dem erhaltenen Wert $\sigma_{\text{exp}} = 0,44$.

III. Einfluß systematischer Störeffekte durch Streuakte und ursprüngliche Stoßpartner

Wir müssen diskutieren, ob die beobachtete Verbreiterung gegenüber isotroper Abstrahlung auf Störeffekte bei ursprünglich isotroper Emission zurückzuführen ist. Die Verbreiterung besagt ja, daß im L-System größere und kleinere Winkel häufiger auftreten, als es bei isotroper Emission der Fall wäre.

Im Mittel größere Winkel könnten dadurch auftreten, daß Streuakte der erzeugten Teilchen in den begleitenden komplexen Kernen stattfinden. Man weiß, daß bei Stößen an schweren Kernen die mittleren Öffnungswinkel der Teilchenkegel größer werden. (Siehe z.B. Ba 60^a).

Bei unserer Auswahl der Ereignisse ($N_h \leq 3$) ist es jedoch unwahrscheinlich, daß mehrere Streuakte in einem begleitenden Kern stattgefunden haben, da im Mittel nur weniger als 150 MeV an begleitende

Kerne abgegeben werden. (Bei π - Mesoneneinfängen an komplexen Kernen werden im Mittel weniger als drei "schwere" Spuren beobachtet. ($\bar{N}_h \approx 1,7$ nach Po 59).) Wir vernachlässigen deshalb für unsere Ereignisse den Einfluß der Streueffekte, und wir nehmen mit anderen Autoren (Pe 60^a) an, daß unsere Auswahl sich auf "wasserstoffähnliche" Stöße beschränkt. Das heißt, wir ordnen unsere Ereignisse entweder reinen Nukleon-Nukleonstößen oder Randstößen an leichteren Kernen zu.

Wenn man geometrische Wechselwirkungsquerschnitte annimmt und die Zusammensetzung der Emulsion berücksichtigt, folgt, daß etwa 4% aller Kernstöße von Nukleonen am Wasserstoff der Emulsion stattfinden. An den Kernen von C, N, O, S geschehen etwa 24% der Stöße. Der Hauptanteil von 72% der Stöße geschieht an den Kurven von Ag und Br (Po 59). Vergleichen wir diese Zahlwerte mit unserem Material (Abb. 10), ergibt sich ein Verhältnis von Stößen ohne Verdampfungsspuren ("schwere" Spuren) zu Stößen mit "schweren" Spuren von etwa 0,5 Promille. Offensichtlich werden gerade die Wasserstoffstöße leicht übersehen.

Ein weiterer Störeffekt rührt von den ursprünglichen Stoßpartnern unter den Schauerteilchen her. Wir werden sehen, daß die Stoßpartner bei hohen Energien im Mittel nur 10 - 50 % ihrer Energie im S-System umsetzen. Sie fliegen deshalb vorzugsweise unter kleinen Winkeln zur Stoßachse weiter. Solange die Stoßpartner nicht identifiziert werden können, bleibt ihr Beitrag unsicher. Durch unsere Auswahl ($n_s \geq 8$) glauben wir, ihren Einfluß genügend klein zu halten, und wir vernachlässigen ihn deshalb.

IV. Ergebnis unserer Winkelanalyse

Wenn wir die echte Schwankung $\tilde{\sigma}_{\text{echt}}$ aus unserer Verteilung abschätzen wollen, müssen wir berücksichtigen, daß die Schwankung der Primärenergieabschätzung $\tilde{\sigma}_{\gamma_s}$ mit der echten Schwankung gekoppelt ist⁺.

$$\tilde{\sigma}_{\gamma_s} \approx \tilde{\sigma}_F / \sqrt{n_s^{\pm}} \quad ; \quad \tilde{\sigma}_{\text{echt}} = \tilde{\sigma}_F$$

Wir wollen hier nur eine untere Grenze für den wahrscheinlichsten Wert der echten Schwankung unserer Verteilung angeben. Wir erhalten ihn, wenn wir $\tilde{\sigma}_{\gamma_s} = 0,44 / \sqrt{\overline{n_s^{\pm}}}$ setzen.

$$\tilde{\sigma}_{\text{echt}}^2 \gtrsim 0,44^2 - 0,1^2 - \frac{0,44^2}{\overline{n_s^{\pm}}} \approx 0,41^2$$

Die beobachtete Abweichung gegenüber isotroper Emission ist also gering. Schreibt man diese Abweichung im Einzentrenbild einer anisotropen Winkelverteilung im S-System zu, so bleibt der Beitrag der anisotropen Amplituden bei unseren Primärenergien in der Größenordnung 10%.

Neuere Ergebnisse über anisotrope Winkelverteilungen

I. Abhängigkeit der Anisotropie von der Primärenergie ?

Im Anschluß an unsere Arbeit hat eine größere Polnische Arbeitsgruppe (Ci 58^{a, b}) in gleicher Weise Winkelverteilungen analysiert. Ihr Ergebnis ist in Abbildung 21 wiedergegeben. Dort wurden etwas schwächere Auswahlkriterien zugelassen: Anzahl der Schauerspuren $n_s^{\pm} \geq 6$, Anzahl der "schweren" Spuren $N_h \leq 5$. Dadurch ergaben sich im Bereich bis zu 10^{13} eV ungefähr 100 Ereignisse, die zu verschiedenen "Modellereignissen" zusammengefaßt wurden.

⁺ Herrn Dr. K. Gottstein sei für eine kritische Bemerkung hierzu gedankt.

Die erste Gruppe entspricht dem Bereich unserer Primärenergien. Der dort von Ciok et al. (Ci 58^b) erhaltene Wert für $\bar{\sigma}_{\text{exp}}^c = 0,46$ liegt an der oberen Grenze des von uns im gleichen Energieintervall erhaltenen Wertes $\bar{\sigma}_{\text{exp}} = 0,44$. Wegen der bei Ciok et al. (Ci 58^b) etwas schwächeren Auswahlkriterien ist ein etwas größerer Wert insofern wahrscheinlich, als mehr Reaktionen an schwereren Kernen zugelassen wurden. Auf der anderen Seite erweist sich hier, daß die Auswahlkriterien im Bereich bis zu $N_h \leq 5$ noch nicht stärker auf die Verteilung einwirken. (Siehe dazu auch Bartke et al. (Ba 60^b).)

In den Gruppen höherer Primärenergie beobachten Ciok et al. (Ci 58^b) ein Breiterwerden der Verteilungen (Abb. 21), was einem Anwachsen der Anisotropie zugeschrieben werden kann.

In der Gruppe sehr hoher Primärenergien glauben Ciok et al. (Ci 58^b) ein Auseinanderfallen der Verteilung in zwei Maxima zu finden. Dieser Punkt ist in jüngster Zeit Gegenstand verschiedener Betrachtungsweisen geworden. Zum Beispiel haben Nikolskij und Mishakova (Ni 60) untersucht, ob das Auseinanderfallen der Maxima statistischen Fluktuationen zugeschrieben werden kann. Sie kamen zu dem Schluß, daß dies in den meisten Fällen zutrifft. Gierula et al. (Gi 60^a) diskutieren den Einfluß von Sekundärreaktionen in komplexen Kernen. In ihrer neuesten Arbeit glauben Gierula et al. (Gi 60^b) das Auseinanderfallen der Maxima auch bei Ereignissen mit wenigen "schweren" Spuren gezeigt zu haben, für die eine Wahrscheinlichkeit besteht, daß dort Nukleon-Nukleonstöße stattfanden.

Gierula et al. (Gi 60^b) deuten diesen Effekt mit Ciok et al. (Ci 58^{a,b}), Cocconi (Co 58) und anderen als Hinweis auf die Gültigkeit der Zweizentrenvorstellung.

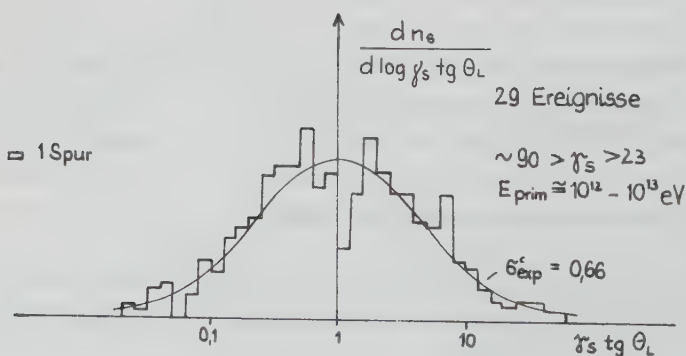
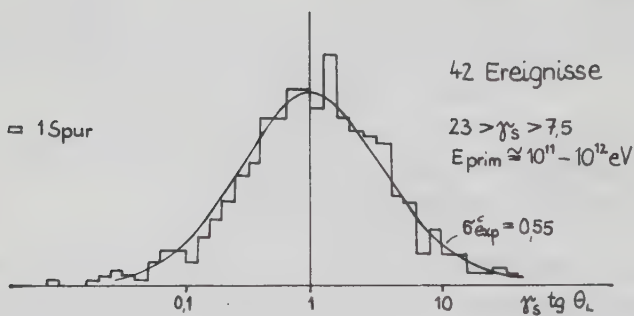
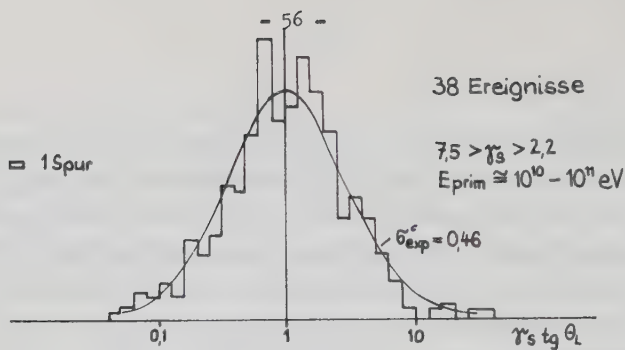


Abb. 21

Ereignisse mit $n_s \geq 6, N_h \leq 5$

Differentielle Verteilung von Produkten $\gamma_s \text{ tg } \theta_L$, die von Ciok et al. (Ci 58^{a, b}) erhalten wurden.

II. Winkelverteilungen, die an Beschleunigern erhalten wurden

Auch bei den geringeren Energien künstlich beschleunigter Teilchen zeigen sich anisotrope Winkelverteilungen. Zum Beispiel erhalten Kalbach et al. (Ka 59) bei 6,2 GeV die in Abbildung 22 wiedergegebenen Resultate. Die Verfasser konnten die Verteilungen der Stoßpartner von derjenigen der π - Mesonen trennen. Auch die erzeugten π - Mesonen werden anisotrop abgestrahlt. Bei den hier aufgetragenen Werten handelt es sich um solche Protonenstöße, bei denen 6 Schauer Spuren auftreten. Dabei kann nicht ausgeschlossen werden, daß auch Randstöße an komplexen Kernen mit einbezogen wurden. (Siehe auch Da 59^b).

King (Ki 58) beobachtete an der Winkelverteilung von π^0 - Mesonen aus ~ 6 GeV Kernstößen keine merkliche Abweichung von der Isotropie.

Sowohl in Dubna (~ 9 GeV) (Bo 60^a) wie auch in CERN (20 - 30 GeV) (Fi 61) wurden inzwischen auch Hinweise für eine anisotrope Emission erhalten. Die Ergebnisse sind bis jetzt noch nicht quantitativ analysierbar.

b₂) Zur Frage azimuthaler Abweichungen von der Rotations-symmetrie

Wenn wir wie bisher nur die Winkelverteilungen in den Winkeln Θ_L betrachten, mitteln wir bei der Zusammenfassung vieler Ereignisse über die azimuthalen Verteilungen zur Stoßachse. Abweichungen von der Rotationssymmetrie können wir nur an Einzelereignissen ermitteln. Damit sind aber große statistische Unsicherheiten verbunden.

Um einen Überblick über azimuthale Verteilungen der Emissionswinkel zu erhalten, haben wir in Abbildung 23^b einige unserer Schauer in sogenannten Durchstoßdiagrammen aufgetragen. Dabei stelle man sich den jeweiligen Schauer im Zentrum einer entsprechenden Kugel vor,

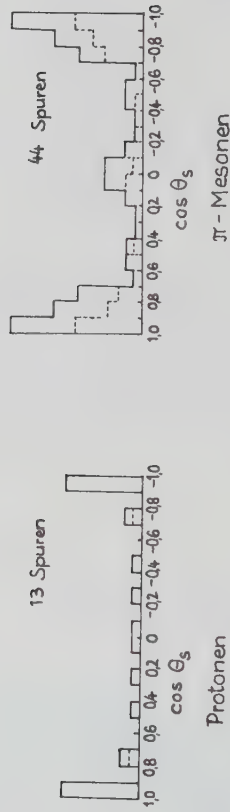


Abb. 22

Differentielle Winkelverteilung bei ~ 6 GeV Protonenstößen in Emulsion, die 6 Schaulerspuren aufweisen. Nach Kalbach et al. (Ka 59). Die gestrichelten Linien entsprechen den experimentellen Werten. Die ausgezogenen Linien ergeben sich, wenn man die Verteilungen zu $\theta_s = 90^\circ$ symmetrisch macht.

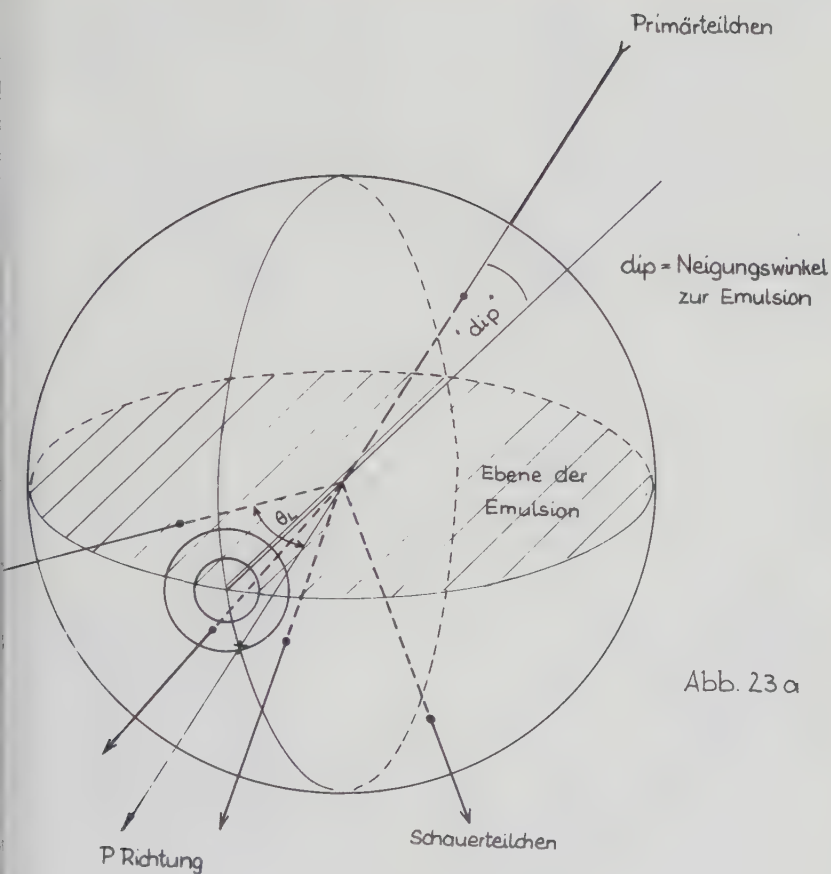


Abb. 23 a

Abb. 23 a, b

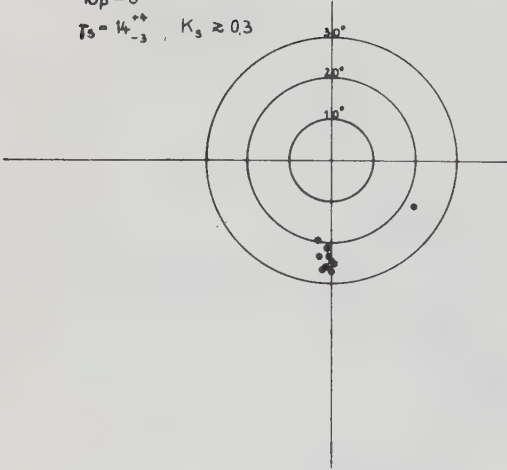
Durchstoßdiagramme von Schauern

Die Schauer liegen im Zentrum von Kugeln, deren eine Hälfte in die Papierebene projiziert ist. Die Punkte kennzeichnen die Stellen, an denen die Schauerteilchen die Kugelschale durchstoßen (X = Primärstrahlung). Bezeichnung der Schauer siehe Text und Tabelle A 1 im Anhang.

Ereignis 1

$10p - 0$

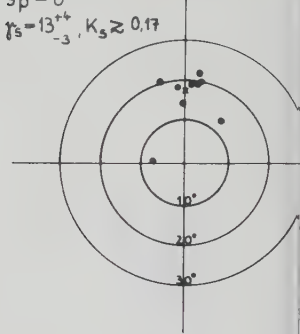
$\tau_s = 14_{-3}^{+4}$, $K_s \approx 0,3$



Ereignis 5

$9p - 0$

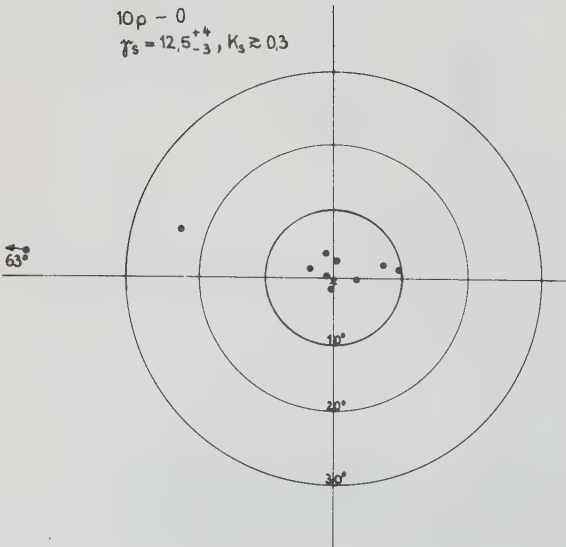
$\tau_s = 13_{-3}^{+4}$, $K_s \approx 0,17$



Ereignis 6

$10p - 0$

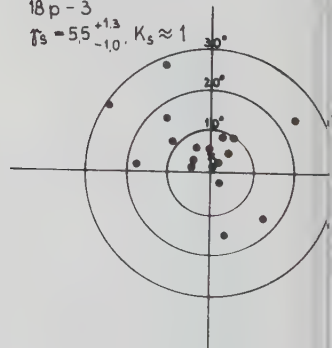
$\tau_s = 12,5_{-3}^{+4}$, $K_s \approx 0,3$



Ereignis 26

$18p - 3$

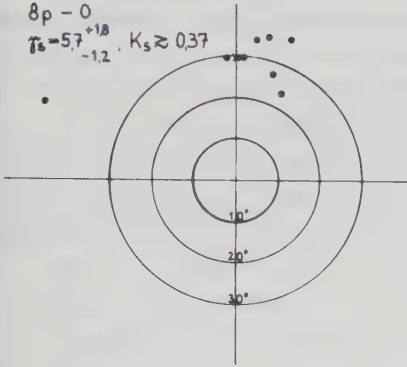
$\tau_s = 5,5_{-1,0}^{+1,3}$, $K_s \approx 1$



Ereignis 8

8p - 0

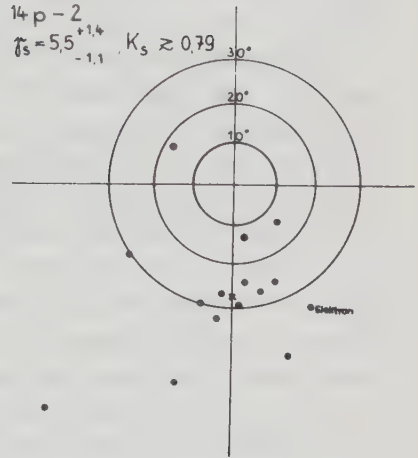
$\bar{r}_s = 5.7^{+1.8}_{-1.2}$, $K_s \approx 0.37$



Ereignis 9

14p - 2

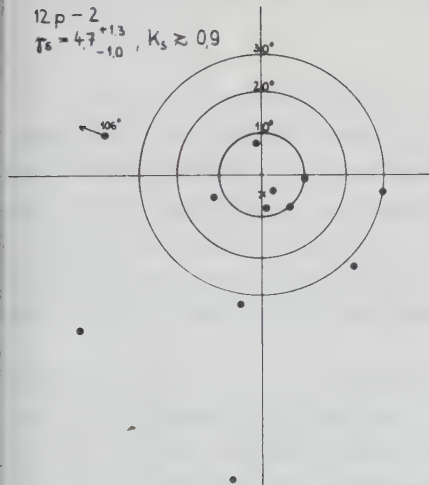
$\bar{r}_s = 5.5^{+1.4}_{-1.1}$, $K_s \approx 0.79$



Ereignis 10

12p - 2

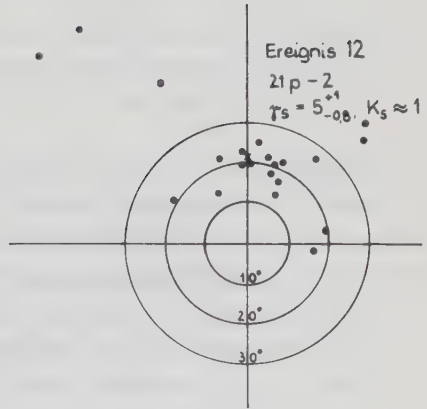
$\bar{r}_s = 4.7^{+1.3}_{-1.0}$, $K_s \approx 0.9$



Ereignis 12

21p - 2

$\bar{r}_s = 5.0^{+1.1}_{-0.8}$, $K_s \approx 1$



deren Projektion durch die angegebenen Kreise gekennzeichnet ist (Abb. 23^a). Die Punkte geben die Durchstoßpunkte der Teilchen durch die Kugelschale an. Kreuze entsprechen der Richtung des Primärteilchens. Für die vermerkten Werte der Primärenergie gilt das zu Abb. 14 Gesagte. Die Angaben über die Inelastizitäten K_s beziehen sich auf § 3 c.

Wir haben nur Ereignisse aufgetragen, deren Primärspur nicht stärker als 30° gegen die Plattenebene geneigt ist. Dann entspricht bei unseren Ereignissen die azimutale Verteilung der projizierten Durchstoßpunkte um die Primärrichtung noch in guter Näherung der wirklichen azimutalen Verteilung der Spuren.

Bei einigen Ereignissen, besonders z.B. Nr. 6 und 12, könnte man glauben, daß eine Vorzugsebene ausgezeichnet ist. Bei der relativ geringen Anzahl von Teilchen ist aber keine statistisch sichere Aussage möglich, da der Beitrag der neutralen Teilchen unbekannt ist. (Schein et al. (Sc 59) haben z.B. einen Schauer beobachtet, in dem ein π^0 - Meson etwa 23% der gesamten umgesetzten Energie abtransportiert. Siehe auch (Zh 58).)

Wir müssen es bei unseren Ereignissen offen lassen, ob eine Abweichung von der Rotationssymmetrie vorliegt. Innerhalb der Unsicherheiten, die sich daraus ergeben, daß einmal die Teilchenzahl nur gering ist, und zum anderen weder deren Energien noch der Anteil der neutralen Teilchen bekannt sind, müssen wir hier sagen, daß sie nicht nachweisbar ist. Bis jetzt ist uns nicht bekannt, daß an anderer Stelle dafür sicherere Anhaltspunkte erhalten wurden.

In Bristol (Pe 60^b) ist ein großes Ereignis (Abb. 4) gefunden worden, bei dem eine Abweichung von der Rotationssymmetrie ausgeprägt zu sein scheint. Da aber dort mehrere "schwere" Spuren auftreten, kann in diesem Fall eine Sekundärreaktion im komplexen Kern dafür verantwortlich sein. Es könnte aber auch sein, daß ein Sekundärteilchen

in unmittelbarer Nähe des Ereignisses eine zweite Reaktion mit vielen Teilchen ausgelöst hat.

Abweichungen von der Rotationssymmetrie sollten sowohl im Einzentren- wie im Zweizentrenmodell mit der Drehimpulsübertragung bei Stößen mit Stoßparametern $b > 0$ zusammenhängen. Die den Stoßparameter enthaltende, azimutale Ebene sollte in beiden Fällen bevorzugt sein.

2. c. Folgerung aus der Winkelanalyse

Der vorangehenden Analyse der Winkelverteilungen entnehmen wir, daß die Stoßachse im S-System als bevorzugte Emissionsrichtung erscheint. Im Einzentrenbild deutet das darauf hin, daß sich die auslaufenden Teilchen an den einlaufenden Zustand der Stoßpartner "erinnern". Das wiederum könnte mit der Lorentzkontraktion des Wechselwirkungsvolumens verbunden sein. (Siehe Modellvorstellungen von Heisenberg (He 52) und Landau (La 53), die wir später noch erwähnen werden.)

Eine solche Anisotropie könnte auch durch stärkere Drehimpulsübertragung zustandekommen. (Nach Fermi (Fe 51).) Dann müßte sie aber mit einer Abweichung von der Rotationssymmetrie zur Stoßachse verknüpft sein. Das kann bis jetzt aber nicht nachgewiesen werden.

Im Zweizentrenbild erscheint die Bündelung um die Stoßachse als Folge schwach inelastischer Stöße.

Wir können hier nicht entscheiden, ob die Teilchen von einem gemeinsamen Wechselwirkungsvolumen anisotrop emittiert werden, oder ob zwei unabhängig, isotrop abstrahlende Zentren für ihre Winkelverteilung verantwortlich sind. Beide Vorstellungen führen zu der beobachteten Verbreiterung in der Verteilung der Werte $\gamma_s \tan \Theta_L$.

Hier könnten Untersuchungen am Protonensynchrotron in Genf wichtige Beiträge liefern. Z.B. wäre es interessant, energiereiche Antiproton-Annihilationen bei Nukleonenstößen zu untersuchen. Auch Unterschiede zwischen der Vielfacherzeugung bei Nukleon-Nukleon- und π -Meson-Nukleonenstößen könnten Hinweise geben. In beiden Fällen würden für das Zweizentrenmodell andere Voraussetzungen zutreffen. Außerdem könnten dabei die erwähnten Streu- und Störeffekte besser eliminiert werden.

Trotzdem wird man aber auch auf weitere Untersuchungen mit sehr hohen Energien in der kosmischen Strahlung nicht verzichten. Nur dort sind Einzelereignisse sehr großer Teilchenzahl zu erwarten, an denen azimutale Winkelverteilungen genauer vermessen werden könnten.

Eine Anisotropie der hier beschriebenen Weise tritt bei der Annihilation von zur Ruhe kommenden Antiprotonen nicht auf. (Über Teilchenkorrelationen bei der Annihilation siehe (Go 59^b).)

3. Energieübertragung und Energiespektrum bei Vielfacherzeugung

a. Voraussetzungen und Grenzen der Energiebestimmung im S-System sowie Begründung des Auswerteverfahrens

a₁) Transformation der Energien und Grenzen der Energiebestimmung

Bei den folgenden Überlegungen gehen wir von der Einzentrenvorstellung aus und setzen eine rotationssymmetrische Abstrahlung der Teilchen zur Stoßachse voraus. Die der Winkeltransformation analoge Transformation der Sekundärenergien lautet: (siehe auch Anhang)

$$17) \quad \gamma_{OL} = \gamma_{OS} \gamma_S + \frac{\sqrt{(\gamma_{OS}^2 - 1)(\gamma_S^2 - 1)}}{\cos \Theta_S}$$

γ_{OL} = Sekundärenergie im L-System in Ruheinheiten
 γ_{OS} = Sekundärenergie im S-System in Ruheinheiten
 γ_S = "Lorentzfaktor"

Wir sehen, daß im Mittel geringere, das heißt leichter meßbare Energien im L-System nur von denjenigen Teilchen zu erwarten sind, die im S-System in den hinteren Halbraum fliegen.

Aus Symmetriegründen ist für hinreichende Teilchenzahl (siehe Fußnote zu § 2 a₁) die mittlere Energie der Teilchen im L-System $\bar{\gamma}_{OL}$ gleich

$$18) \quad \bar{\gamma}_{OL} = \gamma_S \bar{\gamma}_{OS} \quad \bar{\gamma}_{OS} = \text{mittlere Energie im S-System in Ruheinheiten}$$

(Nur eine Sorte von Teilchen werde erzeugt.)

Dies bedeutet aber - in analoger Weise wie bei den Winkelbestimmungen -, daß wir im L-System im Mittel 10 - 100 mal größere Energien messen müssen, als es erforderlich wäre, wenn wir im S-System selbst messen könnten.

Für 150 GeV Primärenergie im L-System ist zum Beispiel bei Proton-Protonstößen $\gamma_S = 9$, und bei der näherungsweisen Annahme $m = 1$ ergäbe sich $\bar{\gamma}_{OL} \approx 81$ oder ~ 11 GeV für die mittlere Energie erzeugter π^- -Mesonen im L-System.⁺ Schon bei dieser geringen Primärenergie kann die Sekundärenergie in den meisten Fällen nicht mehr gemessen werden. Alle heute angewendeten Methoden der Energiebestimmung durch direkte Messungen an den Teilchenspuren erreichen bei ungefähr 10 GeV ihre Grenze, oberhalb derer genauere Bestimmungen unmöglich werden. In Emulsionen kann man z.B. nur an sehr langen, flachen Spuren Energien bis zu etwa 10 GeV noch aus Streumessungen

⁺ Wir werden später sehen, daß sich im Mittel m vom Wert $m = 1$ um weniger als 20% unterscheidet.

bestimmen (Go 53^b, Te 55, Sh 58). Nur in seltenen Fällen kann man bei sehr großen Schauern hoher Energie den Effekt ausnutzen, daß Spuren nahezu parallel laufen. Dann erreicht man nach (Sc 55, De 56^a) durch Messung der relativen Vielfachstreuung der Spuren gegeneinander Grenzwerte der Größenordnung 100 GeV.

Wenn die Teilchen so lange verfolgbar bleiben, bis sie einen Nukleonenstoß erleiden, kann man auch bei höheren Energien aus der Winkelverteilung der erzeugten Teilchen die Energie abschätzen, wie wir vorher schon erörterten. So könnte man praktisch beliebig hohe Energien bestimmen. Da die mittlere freie Weglänge für solche Reaktionen aber in der Größenordnung 100 gr/cm² liegt, können die Teilchen in den meisten Fällen nicht über so große Strecken eindeutig verfolgt werden.

Die π^0 - Mesonen nehmen hier insofern eine Sonderstellung ein, als die von ihnen ausgelösten elektromagnetischen Kaskaden für ihre Energiebestimmung herangezogen werden können. Sie entwickeln sich z.B. in Emulsion schon nach einer Strahlungslänge von ~ 3 cm (Abb. 4). So können Energien von einigen 1000 GeV nachgewiesen werden. Da sich aber aus den π^0 - Mesonen jeweils zwei Kaskaden entwickeln, bereitet deren eindeutige Zuordnung Schwierigkeiten (siehe dazu Mi 59^a).

a₂) Transversalimpulse der Schauerteilchen und Sekundärenergie

Am leichtesten kann man noch Aussagen über die Transversalimpulse der emittierten Teilchen erhalten, da sie nicht von der Lorentztransformation verändert werden.

$$19) \quad de_{\perp} = de_{0S} \sin \theta_S = de_{0L} \sin \theta_L$$

de_{0S}, de_{0L} : Impuls im S- bzw. L-System in Einh. mc
m = Ruhmasse

Folgt man den Ergebnissen von Edwards et al. (Ed 58), denenzufolge der Transversalimpuls weitgehend unabhängig vom Emissionswinkel sein soll (siehe § 3 b), erhält man mit Edwards et al. (Ed 58) folgende Abschätzung der Sekundärenergien für $\gamma_{0s} \gg 1$.

$$20) \quad \bar{\gamma}_{0s} \cong \frac{1}{n_s^{\pm}} \sum_{\gamma=1}^{n_s^{\pm}} \frac{d_{\perp}}{\sin \theta_{s\gamma}}, \quad \text{da } d_{0s} \cong \gamma_{0s} \quad \text{für } \gamma_{0s} \gg 1.$$

Wenn man nun noch die für $m = 1$ geltende Näherung für die Winkeltransformation (Gl. 6) benutzt, kann die mittlere Energie der Teilchen im S-System aus der Winkelverteilung im L-System angegeben werden.

Diese Methode ist mehrfach angewendet worden (siehe Pe 60^a). Ihre Fehler wurden grob abgeschätzt (Ed 58). Für kleine Emissionswinkel ist sie nicht anwendbar, da sich wegen $\sin \theta_s$ im Nenner dann eine Verletzung des Energiesatzes ergeben würde. Außerdem muß berücksichtigt werden, daß für die Winkeltransformation $m = 1$ vorausgesetzt wird, um den Lorentzfaktor γ_s zu bestimmen. Das bedeutet aber, daß ein mittlerer Wert der Sekundärenergie vorausgesetzt wird⁺.

⁺ Ähnliche Schwierigkeiten tauchen bei mehreren Energieabschätzungen der Sekundärteilchen auf, wenn nur die Winkelverteilungen im L-System zu ihrer Abschätzung herangezogen werden können. Das ist auch bei dem von uns gewählten Verfahren der Fall, wie wir im folgenden sehen werden. In sehr deutlicher Form zeigt sich das an dem im Anhang (S. 129) analysierten Verfahren, welches von Bertolino (Be 56) angewendet wurde.

- a₅) Obere und untere Grenzen der mittleren Sekundärenergien, die sich aus der Winkelverteilung im L-System herleiten

Wir haben versucht, durch Symmetrieüberlegungen obere und untere Grenzwerte für die mittleren Teilchenenergien aus ihrer Winkelverteilung herzuleiten. Dabei werde nur eine Sorte von Teilchen (π -Mesonen) erzeugt.

Jedes Teilchen, das bei gegebenem Wert γ_s im L-System unter dem Winkel θ_L erscheint, muß mindestens im S-System die Energie

$$21^a) \quad \gamma_{0s \min} = \sqrt{\gamma_s^2 - (\gamma_s^2 - 1) \cos^2 \theta_L}$$

haben, wenn $\theta_L \leq 90^\circ$ ist. Das folgt allein aus der Kinematik der Transformation (siehe Anhang § A 3). Da im L-System der Winkel θ_L nur dann größer als 90° sein kann, wenn $\gamma_{0s} > \gamma_s$ ist, wird für Winkel $\theta_L > 90^\circ$ einheitlich $\gamma_{0s \min} = \gamma_s$ genommen.

$$21^b) \quad \gamma_{0s \min} = \begin{cases} \sqrt{\gamma_s^2 - (\gamma_s^2 - 1) \cos^2 \theta_L} & \text{für } \theta_L \leq 90^\circ \\ \gamma_s & \text{für } \theta_L > 90^\circ \end{cases}$$

Nicht alle Teilchen der Emissionswinkel θ_L können mit dem so definierten Wert ihrer Minimalenergie emittiert worden sein. Sonst müßten alle Teilchen im S-System in den hinteren Halbraum laufen.

$$22) \quad \cos \theta_{s(\min)} = - \frac{\beta_{0s \min}}{\beta_s} \quad \beta_{0s \min}^2 = \frac{\gamma_{0s \min}^2 - 1}{\gamma_{0s \min}^2} \leq \beta_s^2$$

Wir erhalten einen oberen Grenzwert der mittleren Minimalenergie, wenn wir ihn aus den Minimalwerten der Hälfte aller Teilchen bilden. Dabei wird die Hälfte so gewählt, daß sie den Teilchen des hinteren

Halbraums entspricht. Dann muß aus Symmetriegründen die in den vorderen Halbraum emittierte Energie im Mittel mindestens gleich groß sein. In der Näherung für $m = 1$ (Gl. 6) sind die im S-System nach hinten gehenden Teilchen diejenigen, die im L-System unter Winkeln $\theta_L \geq \theta_{L\frac{1}{2}}$ erscheinen. ($\theta_{L\frac{1}{2}}$ = "Halbwinkel"). Wir können also einen mittleren Minimalwert der Sekundärenergien $\bar{\gamma}_{0s \min}$ erhalten, wenn wir die Minimalwerte von denjenigen $n_s^{\pm}/2$ Teilchen ermitteln, die unter den größten Winkeln im L-System emittiert werden. Hierbei setzen wir wieder voraus, daß die Teilchenzahl hinreichend groß sei. Aus Gründen der statistischen Sicherheit haben wir die mittlere Minimalenergie aus den $n_s^{\pm}/2 + 1$ Schauerteilchen mit den größten Winkeln bestimmt. Dann wird $\bar{\gamma}_{0s \min}$ höchstens unterschätzt.

$$23) \quad \bar{\gamma}_{0s \min} \approx \frac{2}{n_s^{\pm} + 2} \cdot \sum_{\nu=1}^{n_s^{\pm} + 2} \gamma_{0s \min, \nu}$$

ν läuft über die Teilchen
der größten Emissionswinkel

Wir müssen diskutieren, welche Unsicherheiten sich daraus ergeben, daß in Wirklichkeit die Voraussetzung $m = 1$ nicht zutrifft. Im Mittel muß aus Energiegründen bei größeren Teilchenzahlen $\bar{m} > 1$ sein. Dann könnten Teilchen, die im S-System nach hinten laufen, im L-System unter Winkeln $\theta_L < \theta_{L\frac{1}{2}}$ erscheinen.

Wir werden später sehen, daß m im Mittel nicht stärker als 20% von 1 abweicht. Für diesen Fall schätzten Dilworth et al. (D1 53) ab, daß größenordnungsmäßig nur 1% aller Teilchen gegenüber der Annahme $m = 1$ in den "falschen" Bereich des Halbwinkels $\theta_{L\frac{1}{2}}$ fallen. Wir vernachlässigen deshalb diesen Einfluß. Ebenso vernachlässigen wir für die Auswahl unserer Ereignisse den Einfluß von Streueffekten an komplexen Kernen. Auf die jetzt wichtige Korrektur der Abschätzungen von γ_s müssen wir noch zurückkommen.

Zunächst sollen obere Grenzwerte für die mittleren Sekundärenergien abgeschätzt werden.

Ein absoluter Höchstwert $\bar{\gamma}_{0s}^{\text{absolut}}$ ergäbe sich, wenn die gesamte im S-System zur Verfügung stehende Energie ϵ^+ in erzeugte Teilchen umgesetzt wird. (Inelastizität $K_s = 1$).

$$\epsilon^+ = 2(\gamma_s - 1) M_p c^2$$

$$24) \quad \bar{\gamma}_{0s}^{\text{absolut}} = \frac{\epsilon^+}{1,5 (n_s^{\pm} - 2) m_{\pi} c^2}$$

M_p = Ruhenergie der Nukleonen

m_{π} = Ruhenergie der π -Mesonen

Als Mindestzahl erzeugter Teilchen wurde dabei angenommen

$$n_s = 1,5 (n_s^{\pm} - 2)$$

Das heißt, zwei der Schauerteilchen seien ursprüngliche Stoßpartner. Die erzeugten geladenen Teilchen verhalten sich zu den neutralen wie 2 : 1.

Eine Abschätzung, die auch für kleinere Werte der Energieübertragung gilt, erhalten wir aus einer Symmetrieüberlegung.

Wir hatten gesehen, daß alle Teilchen im S-System in den hinteren Halbraum gehen müssen, wenn sie alle mit der ihrem Winkel θ_L entsprechenden Minimalenergie $\gamma_{0s \text{ min}}$ emittiert würden. Das ist aus Symmetriegründen unmöglich. Aus Symmetriegründen kann ebenso ausgeschlossen werden, daß so hohe Werte der mittleren Sekundärenergie auftreten, daß im S-System die meisten Teilchen nach vorn gehen müssen, um unter dem gemessenen Winkel θ_L erscheinen zu können. Der kleinste Wert $\bar{\gamma}_{0s \text{ max}}$, bei dem eine solche Asymmetrie einträte, muß also zu groß gegenüber dem wirklichen Wert sein. $\bar{\gamma}_{0s \text{ max}}$ ist dann die mittlere Maximalenergie der Teilchen.

Der wahre Wert der mittleren Sekundärenergie $\bar{\gamma}_{0s}$ sollte also zwischen den ermittelten Werten

$$\bar{\gamma}_{0s \min} < \bar{\gamma}_{0s} < \bar{\gamma}_{0s \max} \quad \text{liegen.}$$

Wir haben die letzteren Symmetrieabschätzungen so durchgeführt, daß wir für jeden zu untersuchenden Schauer ein seiner Primärenergie entsprechendes Transformationsdiagramm anfertigten (siehe Anhang Abb. A 6). Bei der Auftragung sind die gemessenen Winkel Scharparameter. Die (in den meisten Fällen unbekannte) Sekundärenergie ist auf den Kurven konstanten Emissionswinkels im L-System der Laufparameter. So konnte für jedes Ereignis ein Überblick über die Verhältnisse im S-System erhalten werden.

In den Abschätzungen der Minimal- und Maximalwerte der mittleren Energien benötigen wir den wirklichen Wert der Primärenergie, um den Lorentzfaktor γ_s angeben zu können. Bei unseren Ereignissen konnten wir die Primärenergie aber nur aus der Winkelverteilung bestimmen. Solange wir keine unabhängige Bestimmung der Primärenergien vornehmen können, bleibt unsere Fragestellung in bezug auf die unteren und oberen Grenzen der Sekundärenergien unterbestimmt.

Inzwischen sind aber einige "Eichpunkte" der Primärenergieabschätzung an den Teilchenbeschleunigern erhalten worden. An ihnen sieht man (Abb. 14), daß der Lorentzfaktor γ_s unter der Voraussetzung von Isotropie und $m = 1$ um einen Faktor von etwa 0,7 überschätzt wird, wenn man ihn nach Gl. 7 aus dem Halbwinkel bestimmt. Im Laufe unserer Untersuchung stießen wir auch nur dann auf konsistente Ergebnisse, wenn wir die Transformationen mit einer Primärenergie durchführten, die etwa dieser Korrektur entsprach. Wir konnten das aber nicht unabhängig begründen. Hier verweisen wir auf die "Eichpunkte" in Abb. 14, um unsere noch zu schildernden Ergebnisse zu rechtfertigen.

a₄) Einige andere Möglichkeiten, die Energieverhältnisse abzuschätzen

I. "Total-Absorption" der umgesetzten Energie in großen Beobachtungsvolumina

Wenn man so große Beobachtungsvolumina wählt, daß in ihnen letztlich die gesamte Primärenergie absorbiert wird, könnte man versuchen, Eichpunkte auch bei ganz hohen Primärenergien ($\gtrsim 10^{14}$ eV) zu bekommen (Ki 59, Gr 58). Aber auch die Sekundärercheinungen könnten aus den charakteristischen nuklearen und elektronischen Schauerentwicklungen ermittelt werden. Nebelkammern (z.B. Mi 59^b, Cr 56, Ro 52) und Emulsionspakete, die mit größeren Mengen dichter Materie verbunden wurden (z.B. Ka 52, Mi 59^a), sind mehrfach verwendet worden, um wenigstens die elektronischen Kaskaden auswerten zu können. (Siehe auch Bericht von Perkins (Pe 60^a), sowie Abb. 5 und 24.)

II. Fragmentierungen energiereicher, schwerer Kerne

Bei der Fragmentierung eines energiereichen Kerns (Abb. 3) treten bekanntlich oftmals mehrere nahezu parallel laufende Teilchen fast gleicher Energie auf. Durch sie hat man einen "homogenen" Teilchenstrahl fast gleicher Energie. Man könnte an ihnen die Schwankungsverhältnisse bei Ereignissenⁿ gleicher Primärenergie untersuchen.

III. Verfeinerung der Meßmethoden

Der sicherste Weg, mittlere Sekundärenergien zu erhalten, bleibt allerdings, an einer genügenden Zahl von Teilchen direkt die Energien zu messen. Einige Verfeinerungen der Meßmethoden könnten vielleicht noch Fortschritte bringen. Hansen und Fretter (Ha 60^c) haben zum Beispiel in einer Nebelkammer den Ionisations-Wiederanstieg bis 20 GeV zur Energiebestimmung auszunutzen versucht. Aber auch auf

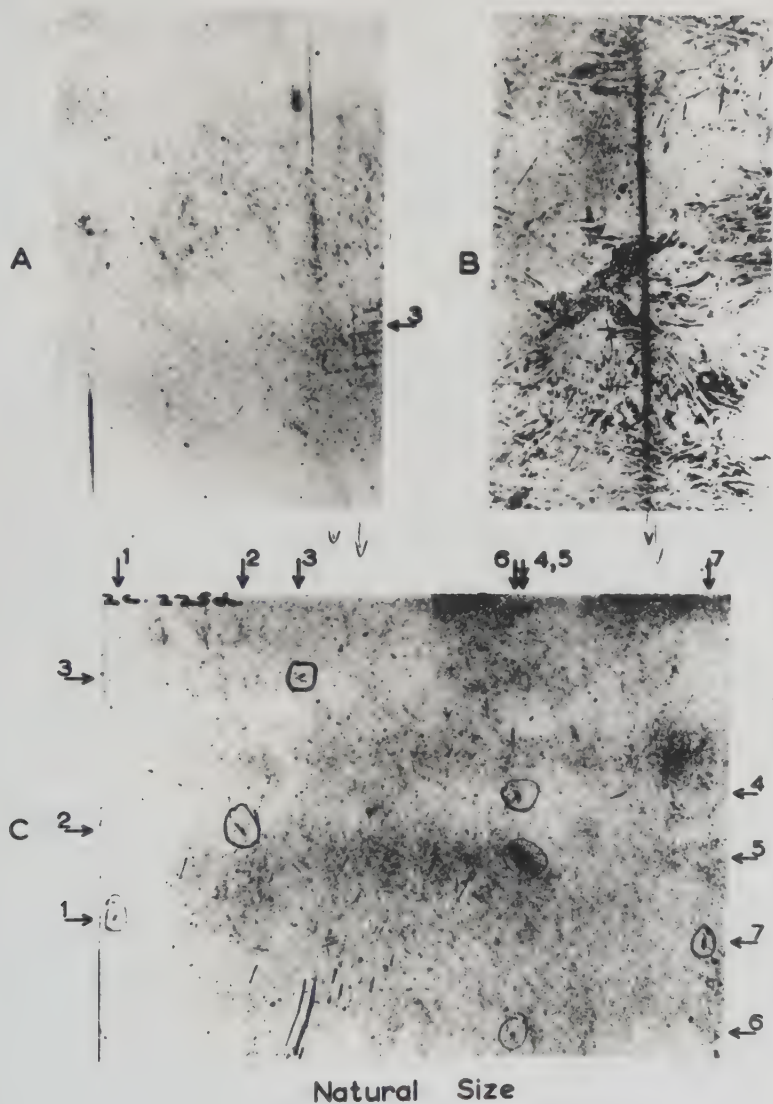


Abb. 24 Kontaktkopie von Emulsionen, die abwechselnd mit Bleiplatten geschichtet wurden. Große elektromagnetische Schauererscheinungen sind da, wo sie die Emulsionen durchsetzen, mit bloßem Auge sichtbar. (Bristol (Du 60).)

dem Gebiet der Kernemulsionen (Kopenhagener Bericht 1960 (Kb 60)) und anderer Nachweismethoden (Ce 59^a) werden Verfeinerungen diskutiert.

3. b. Beobachtete Transversalimpulse und Vergleich der aus unseren Winkelverteilungen erhaltenen Werte der mittleren Sekundärenergien

In den letzten Jahren wurde besonderes Augenmerk auf die Transversalimpulse der Schauerteilchen gerichtet. In mehreren Arbeiten wurde die weitgehende Unabhängigkeit dieser Größe von der Primärenergie festgestellt (Tabelle 2). Der Transversalimpuls für π -Mesonen bleibt demnach bei einigen $m_{\pi}c$ ($p_{\perp} = 0,2 - 0,5 \text{ GeV}/c$). (Siehe auch Bo 60^b.) Diesen Sachverhalt hatte Heisenberg (He 52) vermutet. Er konnte aus früheren Untersuchungen abgelesen werden (Lo 50, Sc 55, Li 56).

Ob für verschiedene Teilchensorten auch verschiedene Transversalimpulse auftreten, kann heute noch nicht mit Sicherheit festgestellt werden. Es kann aber vermutet werden, daß der von Edwards et al. (Ed 58) angegebene hohe Wert bei neutralen Schauerteilchen ($p_{\perp} = 1,4 \text{ GeV}/c$) von den unter ihnen befindlichen neutralen, schweren Mesonen herrührt. (Siehe dazu auch Diskussion in (Ed 58).)

In der zitierten Arbeit von Edwards et al. (Ed 58) wird auch die Abhängigkeit des Transversalimpulses vom Emissionswinkel im S-System untersucht (Abb. 25). Es stellte sich dort eine weitgehende Unabhängigkeit vom Emissionswinkel heraus. Das Verhalten im Bereich kleiner Winkel wurde dabei nicht untersucht.

Die von Edwards et al. (Ed 58) aus den Transversalimpulsen hergeleiteten mittleren Sekundärenergien und Inelastizitäten haben wir in Abb. 26^b und 27 mit "Brist" bezeichnet.

Tabelle 2

Transversal- impuls $p_{\perp}$ [GeV] $\frac{c}{\hbar}$	E_{prim} [GeV]	Anzahl d. Ereign.	Anzahl d. Teilchen	Teilchensorte	
$0,41 \pm 0,13$	$10^3 - 10^5$		43	geladene Schauerteilchen	} Edwards et al. Ed 58
$0,8 \pm 0,1$			36	geladene Schauerteilchen	
$1,4 \pm 0,2$			9	neutrale Schauerteilchen	
$0,52 \pm 0,16$			80	Elektronen - Paare	
$0,4 \pm 0,2$	$10^3 - 10^4$		49	π^0 - Mesonen	Minakawa et al. Mi 59a
0,55	8×10^4	}	9	geladene Schauerteilchen	} Gramenitzkij et al. siehe Ko 59a
0,42				geladene Schauerteilchen	
0,30				Elektronen - Paare	
$0,3 \pm 0,15$	5×10^3		36	Elektronen - Paare	Debenedetti et al. De 56b
0,22	$3,3 \times 10^5$	}	15	geladene Schauerteilchen	} Mesowicz et al. siehe Ko 59a
0,54				(neutrale?) Schauerteilchen	
0,74				Elektronen - Paare	
0,3	$\sim 10^2$	~ 20		geladene Schauerteilchen	Montanet Mo 60a, b
$0,3 \pm 0,05$	$\sim 10^3$	2		geladene Schauerteilchen π^0 - Mesonen	} Schein et al. Sc 59
$0,307 \pm 0,026$	$\sim 10^2 - 10^3$	}	40	$\pi^{\pm}$ - Mesonen	
$0,310 \pm 0,044$				schwere geladene Teilchen (hauptsächlich Nukleonen)	Hansen, Fretter Ha 60c
$0,19 \pm 0,03$	10	62		$\pi^{\pm}$ - Mesonen	Lukin et al. Lu 60

Transversalimpulse $p_{\perp}$. (Zum Teil nach J. Nishimura aus (Ko 59^a)
zusammengestellt.) Werte für "Schauerteilchen" beziehen sich
bei den geladenen Teilchen auf die Ruhmasse der π -Mesonen.

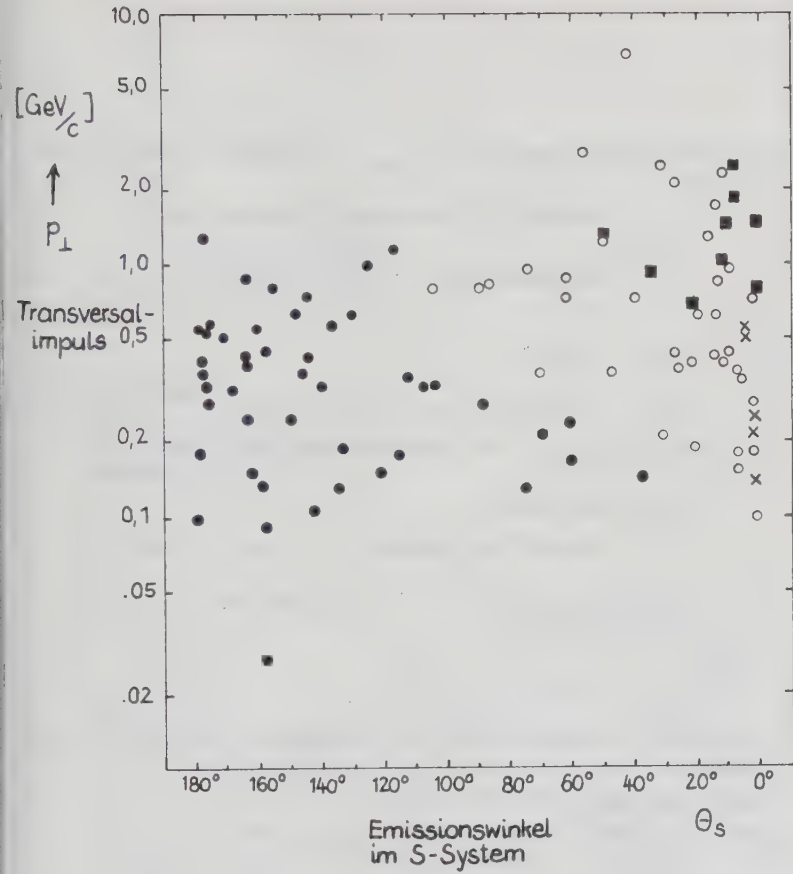


Abb. 25

Transversalimpulse $p_{\perp}$ von Schauerteilchen an Ereignissen mit Primärenergien von 10^{12} eV und größer. (Bristol (Ed. 58).)

- an Schauerspuren aus Streumessungen erhalten
- , ■ aus Sekundärreaktionen (○ geladene) (■ neutrale)
- x aus Elektronenpaaren von π^0 -Mesonenzerfällen

Abb. 26

Abb. 26^a Mittlere Sekundärenergien $\bar{\gamma}_{0s}$ als Funktion der Primärenergie.

$\bar{p}$ Proton-Antiproton-Annihilation (Ba 57)

$\left. \begin{matrix} B \\ D \end{matrix} \right\}$ Nukleonenstöße $\left\{ \begin{matrix} \text{Berkeley (Ka 59)} \\ \text{Dubna (Ba 59^c, Lu 60)} \end{matrix} \right.$

MUC München:

$\square$ absolute obere Grenzwerte $\bar{\gamma}_{0s}$ absolut für $K = 1$

$\bullet$ $\bar{\gamma}_{0s \min}$ an Einzelereignissen (Tabelle A 1
1. Anhang)

$\begin{matrix} | \\ \text{---} \\ | \end{matrix}$ Mittelwerte

----- "Symmetriegrenzwert" $\bar{\gamma}_{0s \max}$ gemittelt

Die eingetragenen Kurven ----- gelten für $m = 1$ und $m = 1,2$. (Siehe Text.)

Abb. 26^b Mittlere Sekundärenergien in Abhängigkeit von der Primärenergie.

Punkte $\bar{p}$, B, D, MUC wie in Abb. 26^a.

NK (Ha 60^c), Nebelkammer, Mittelwerte

K (Ka 58), Einzelereignisse in Emulsion (1)

Lo (Lo 57), " " " (4)

GoTe (Go 53^a), " " " (1)

Li (Li 56), " " " (1)

Ho (Ho 51), " " " (1)

Chik $\left\{ \begin{matrix} \text{(Sc 55),} \\ \text{(Sc 59),} \end{matrix} \right.$ " " " (1)

Tu (De 56a), " " " (2)

Brist (Ed 58), (gemittelt aus Transversalimpulsen an 12 Ereignissen)

Für die mit einem Pfeil versehenen Punkte können die Primärenergien kleiner sein (siehe Text). Die eingetragenen Kurven gelten für die Modellvorstellungen nach Fermi (Fe 50) und Heisenberg (He 52). (Kurve H nur für π -Mesonenerzeugung. Kurve F als untere Grenze für zentrale Stöße.)

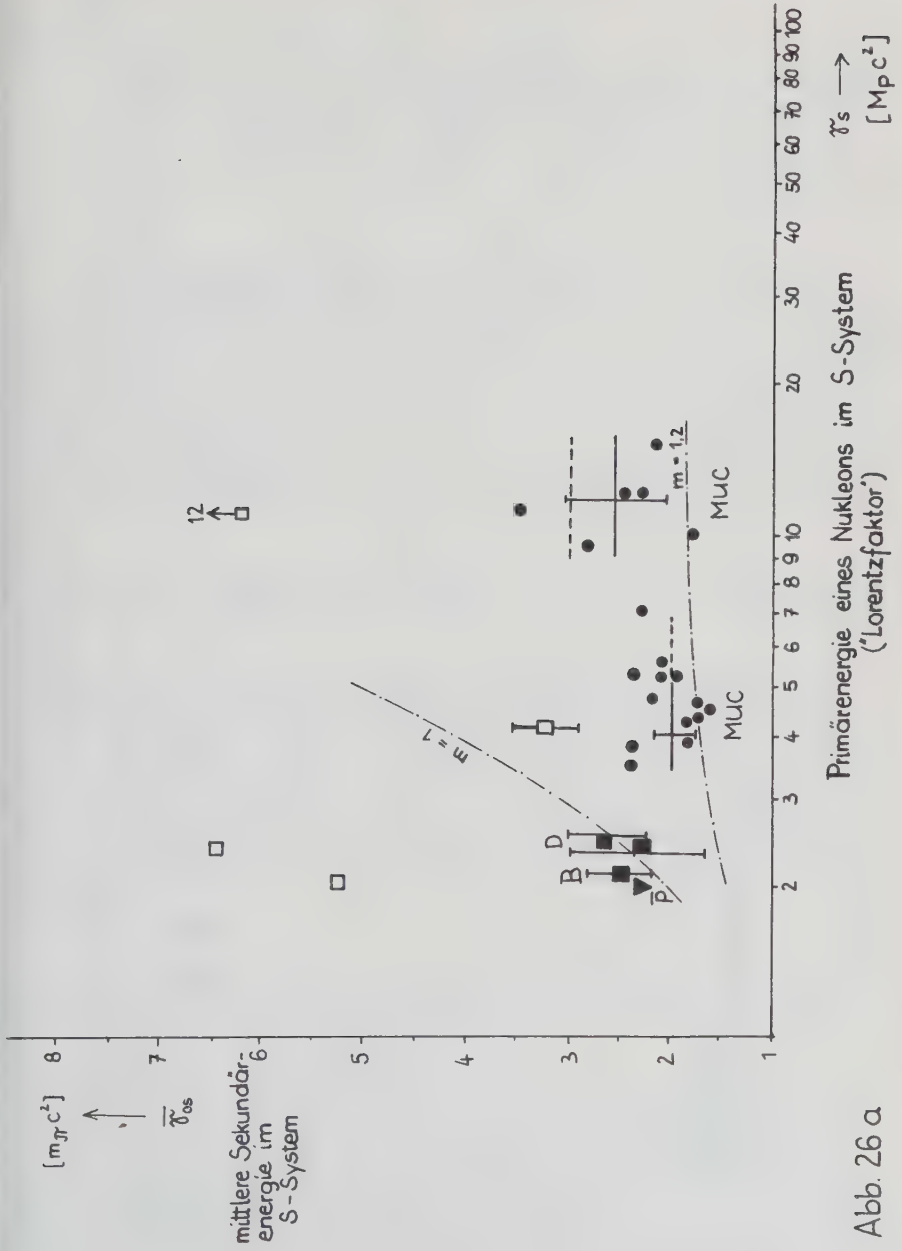
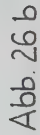


Abb. 26 a



Primärenergie im L-System

Die an unseren Schauern erhaltenen Werte der mittleren Minimalenergien haben wir für die Einzelereignisse durch Punkte in Abb. 26^a gekennzeichnet. Deren Mittelwerte haben wir für zwei Gruppen von Primärenergien in Abb. 26^b übernommen und mit den Angaben anderer Autoren verglichen.

Die gestrichelten, waagerechten Linien kennzeichnen in Abb. 26^{a,b} die erwähnten Symmetriegrenzen für die mittlere maximale Sekundärenergie $\bar{\gamma}_{0s \max}$. Wir haben sie für die beiden Gruppen unserer Primärenergien so erhalten, daß sich für Sekundärenergien $\bar{\gamma}_{0s} > \bar{\gamma}_{0s \max}$ eine immer stärker werdende Asymmetrie unter Bevorzugung des vorderen Halbraumes im S-System ergibt. Dabei haben wir für die Abschätzung der Primärenergien den erwähnten Korrekturfaktor berücksichtigt.

Die eingetragenen strichpunktierten Linien - · - · - · - für $m = 1$ und $m = 1,2$ zeigen, daß die Abweichungen von der früher oft gemachten Annahme $m = 1$ kleiner als 20% bleiben.

Außerdem entnehmen wir Abb. 26^a, daß die mittleren Minimalwerte relativ nahe mit den erhaltenen Maximalwerten zusammenliegen. Gegenüber den aus energetischen Gründen möglichen Maximalwerten $\bar{\gamma}_{0s}^{\text{absolut}}$ für Inelastizitäten $K_s = 1$ (Punkte $\square$) erscheint es deshalb innerhalb der Fehlergrenzen gerechtfertigt, die mittlere, von uns abgeschätzte Minimalenergie als Maß für die wirkliche Sekundärenergie zu nehmen.

Zum Vergleich wurden die bei der Antiproton-Annihilation gefundenen Werte und die in Berkeley und Dubna beobachteten Sekundärenergien bei Protonenstößen aufgetragen.

Der Abb. 26^b entnehmen wir, daß die mittleren Sekundärenergien der Schauerteilchen nur schwach mit der Primärenergie ansteigen. Das wurde von Heisenberg (He 52) vermutet und in einer früheren Arbeit andeutungsweise bemerkt (Li 56).

3. c. Inelastizität als Maß der Energieübertragung

c₁) Definitionen

Wir wollen als Inelastizität bezeichnen:

a) im S-System

$$K_S = \frac{\text{in Teilchenerzeugung umgesetzte Energie}}{\text{zur Verfügung stehende Energie}}$$

Wenn nur π -Mesonen erzeugt werden, wird

$$25) \quad K_S = \frac{n_S \cdot \bar{\gamma}_{0S} \cdot m_{\pi} c^2}{2(\gamma_S - 1) M_P c^2} \quad n_S = \text{Anzahl der } \pi\text{-Mesonen}$$

b) im L-System

$$K_L = \frac{\text{Energie der erzeugten Teilchen}}{\text{kin. Energie d. Primärteilchens}}$$

Für π -Mesonenerzeugung wird

$$26) \quad K_L = \frac{n_S \bar{\gamma}_{0L} m_{\pi} c^2}{E_{\text{prim}} - M_P c^2}$$

Es gilt

$$27) \quad \frac{K_L}{K_S} \cong \frac{\gamma_S}{\gamma_{S+1}} \quad \text{da aus Symmetriegründen gilt } \bar{\gamma}_{0L} = \gamma_S \bar{\gamma}_{0S} \quad (\text{Gl. 18})$$

Man könnte auch als Inelastizität definieren:

$$K = \frac{\text{Energ. d. Stoßpartn. vor Stoß} - \text{Energ. d. Stoßpartn. nach Stoß}}{\text{Energie der Stoßpartner vor dem Stoß}}$$

Das ist aber insofern unpraktisch, da wir in den meisten Fällen die Primärteilchen nach dem Stoß gar nicht identifizieren können. Hier kann bei hohen Energien eigentlich keine Inelastizität bestimmt werden. Denn erzeugte Nukleonenpaare können von den ursprünglichen Stoßpartnern nicht unterschieden werden. Nur bei niederen Energien ist eine Trennung möglich, solange der Schwellenwert für Baryonen-erzeugung noch nicht weit überschritten ist. Im anderen Fall bliebe nur der Ausweg, die energiereichsten Teilchen als wahrscheinliche Stoßpartner anzusehen.

c₂) Zusammenfassung experimenteller Ergebnisse

Die in Abbildung 27 eingetragenen Werte der Inelastizitäten für Berkeley (B) (Ka 59), Dubna (D) (Ba 59^c, Lu 60) und Antiprotonvernichtung ($\bar{p}$) (Ba 57) sind von den Verfassern für identifizierte π -Mesonen erhalten worden.

Unsere Werte der Inelastizitäten (MUC) haben wir so erhalten, daß wir die Mittelwerte unserer Abschätzungen für $\bar{y}_{0s \min}$ aus Abb. 26^{a, k} umrechneten nach der Beziehung

$$28) \quad K_s = \frac{1,5(n_s^{\pm} - 2) \bar{y}_{0s \min} m_{\pi} c^2}{2(\gamma_s - 1) M_p c^2}$$

(Einzelwerte siehe Anhang Tabelle A 1.)

Diese Inelastizitäten sind zunächst als untere Grenzwerte anzusehen. Da wir relativ viele Ereignisse heranzogen, die als reine Proton-Protonstöße angesehen werden können, liegt die Annahme nahe, daß

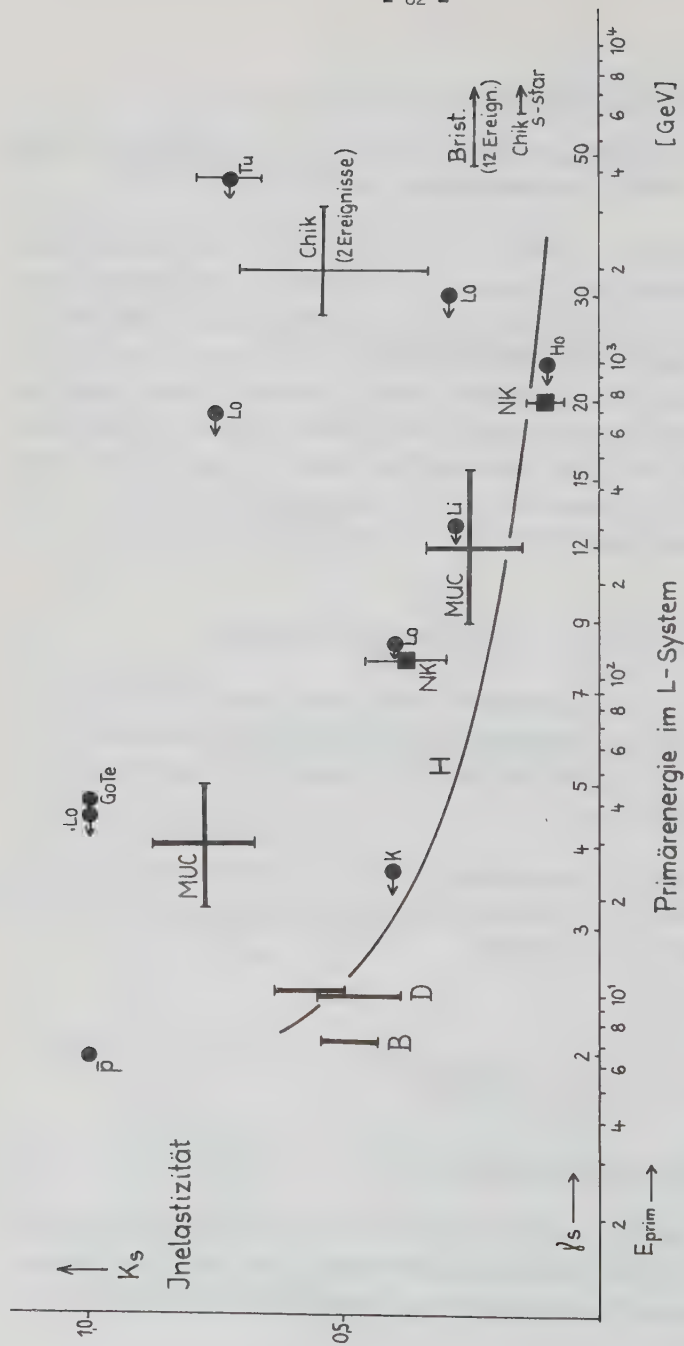


Abb. 27: Inelastizitäten K_s als Funktion der Primärenergie. Bedeutung der Punkte wie in

Abb. 26^{a,b}. Kurve H nach Heisenberg (He 52)

wirklich nur $n_s = 1,5$ ($n_s^+ - 2$) Teilchen erzeugt wurden. (In Abb. 12 hatten wir mit Hansen und Fretter (Ha 60^c) für die Ereignisse an komplexen Kernen in schwererem Material $n_s = 1,5$ ($n_s^+ - 1$) angenommen.)

Zum anderen haben wir an Abb. 26^{a,b} gesehen, daß die Werte $\bar{\gamma}_{0s \min}$ nahe den "Symmetriegrenzwerten" $\bar{\gamma}_{0s \max}$ liegen. Deshalb glauben wir, daß unsere ermittelten Werte der Inelastizitäten den wahren Werten nahe liegen. Wie genau diese Abschätzung absolut ist, wird man erst aus Eichmessungen an Beschleunigern erfahren können.

In Abb. 27 sehen wir, daß die Inelastizitäten in Abhängigkeit von der Primärenergie stark schwanken. Es scheint aber ein Abfall mit steigender Primärenergie im Mittel angedeutet zu sein. (Siehe dazu auch Ed 58 und Pe 60^a.)

Daß unser Mittelwert für Primärenergien mit γ_s zwischen $\gamma_s = 3$ und $\gamma_s = 5$ relativ hoch liegt, glauben wir unserer Auswahl hoher Multiplizitäten zuschreiben zu müssen. (Wir betrachten nur Ereignisse mit $n_s^+ \geq 8$.) Darin deutet sich eine Abhängigkeit der Teilchenzahl von der Inelastizität an. Wir werden das noch näher erörtern.

In die Abb. 27 haben wir die von der Bristoler Gruppe (Ed 58) und die von Hansen und Fretter (Ha 60^c) ermittelten Inelastizitäten bei kleineren Primärenergien nicht aufgenommen, weil die von ihnen verwendeten Abschätzungen dort zu stark von systematischen Fehlern beeinflusst sind. Das kann daran erkannt werden, daß Inelastizitäten $K_s > 1$ auftreten. Die Fehlermöglichkeiten wurden in den Arbeiten von Edwards et al. (Ed 58) und Hansen und Fretter (Ha 60^c) erörtert.

Die in Abb. 27 eingetragene Kurve entspricht einem Abfall der mittleren Inelastizitäten, wie er von Heisenberg (He 52) vermutet wurde.

In Abb. 28^a haben wir die Inelastizitäten mit den Teilchenzahlen korreliert. Die schon erwähnte Abhängigkeit der Teilchenzahl von

Abb. 28^a Inelastizität K_s als Funktion der Teilchenzahl $n_s^{\pm}$.

$\bar{p}$ Antiproton-Annihilation (Ho 59) (Wasserstoff-
blasenkammer)

X Berkeley (Ka 59) (Emulsion)

----- Paris (Mo 60^{a,b}) (Nebelkammer)

MUC München (Emulsion):



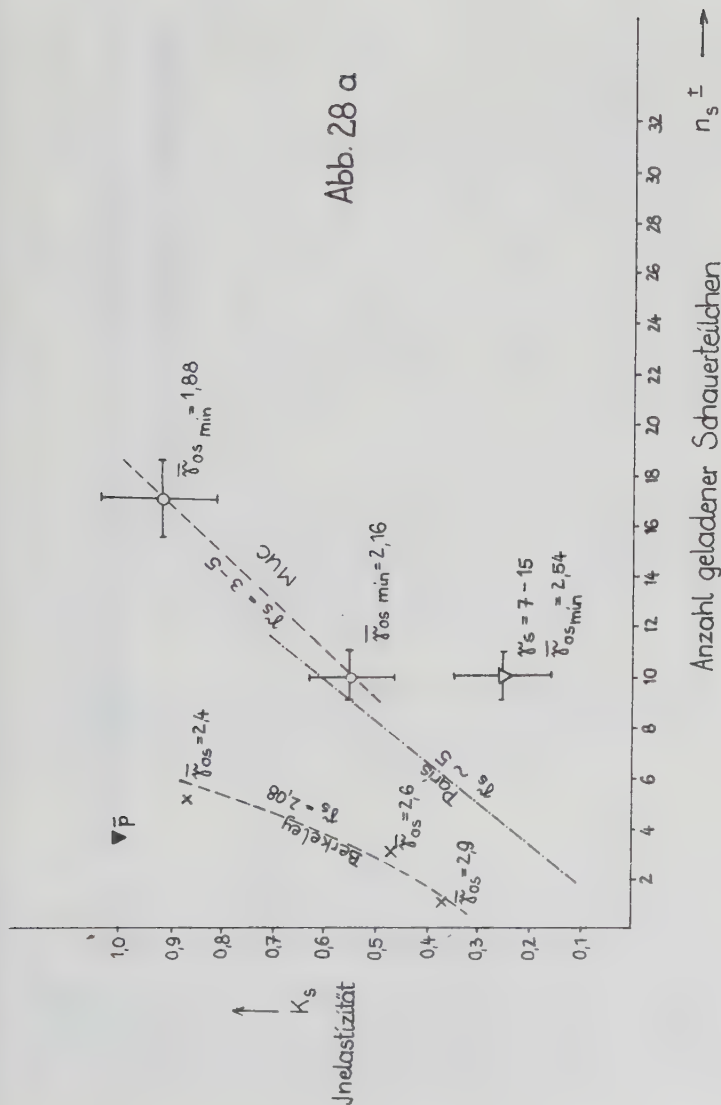
Mittelwerte an je 6 Schauern mit
Primärenergien zwischen $\gamma_s = 3$
und $\gamma_s = 5$.



Mittelwert von 7 Schauern mit
Primärenergien zwischen $\gamma_s = 7$
und $\gamma_s = 15$.

Abb. 28^b Mittlere Sekundärenergie als Funktion der Teilchen-
zahl. Bedeutung der Punkte wie in Abb. 28^a.
Siehe auch Text.

Abb. 28 a



mittlere Sekundärenergie

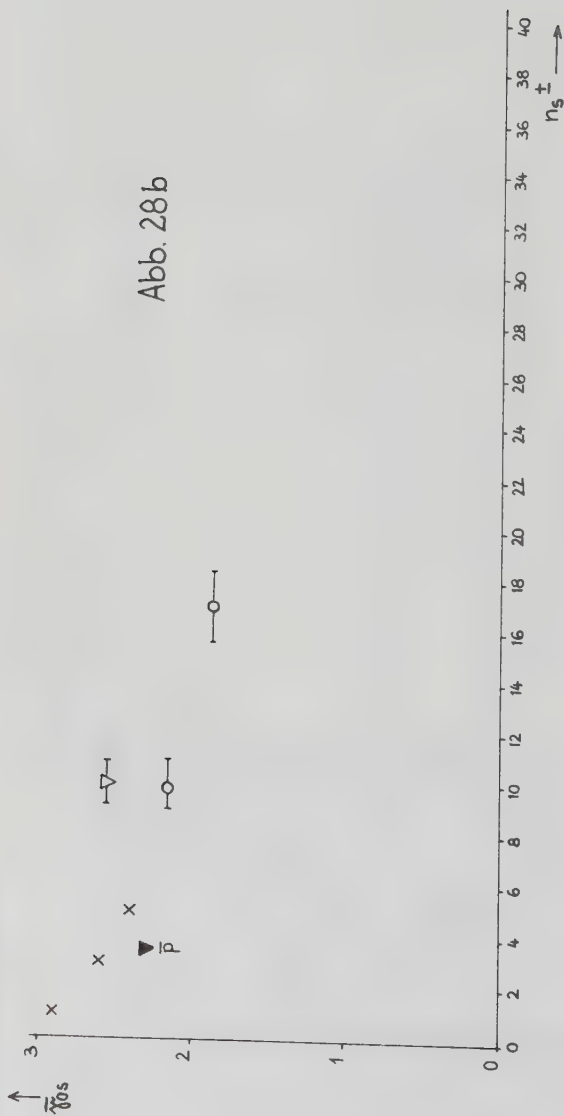


Abb. 28b

Anzahl geladener Schauerpartikeln

Abb. 28^b Mittlere Sekundärenergie als Funktion der Teilchenzahl. Bedeutung der Punkte wie in Abb. 28^a. Siehe auch Text.

er Inelastizität scheint sich deutlich auszuprägen. In Abbildung 8^b sehen wir, daß sich demgegenüber der Einfluß der Inelastizität auf die mittlere Teilchenenergie viel schwächer bemerkbar macht.

Wir glauben deshalb sagen zu können, daß die Inelastizität im wesentlichen die Teilchenzahl bestimmt. Einen besonders deutlichen Hinweis darauf finden wir, wenn wir die Teilchenzahlen und Energien bei der Antiproton-Annihilation mit den Ergebnissen von Kalbach et al. (Ka 59) vergleichen. Bei der von Kalbach et al. (Ka 59) verwendeten Primärenergie von ~ 6 GeV steht im S-System der stoßenden Nukleonen etwa gleich viel Energie zur Verfügung wie bei der Annihilation. Die Anzahl der im Mittel erzeugten π -Mesonen ist aber bei der Annihilation etwa doppelt so groß. (Abb. 8 und 12. Beim Vergleich von Abb. 12 muß berücksichtigt werden, daß bei der Annihilation alle Spuren von erzeugten Teilchen herrühren müssen, während bei den Stößen auch die ursprünglichen Stoßpartner als Schauer-Teilchen erscheinen können.) Die mittlere Energie der erzeugten Teilchen unterscheidet sich aber nicht sehr bei beiden Prozessen (Abb. 26^{a,b}). In Abb. 27 sehen wir, daß die mittlere Inelastizität der von Kalbach et al. (Ka 59) untersuchten Stöße etwa $K_S = 0,5$ ist. Bei der Annihilation ist die "Inelastizität" $K_S = 1$.

Nach Heisenbergs Modellvorstellung (He 52) könnte ein Einfluß der Inelastizitäten auf die Teilchenzahl bei Stoßprozessen vermutet werden. (Siehe Erörterung der Modellvorstellungen.)

d. Das Energiespektrum der erzeugten Teilchen

Um das Energiespektrum im S-System angeben zu können, müssen wir die jeweiligen Energien der einzelnen Sekundärteilchen im L-System bestimmen. Das ist aber aus den erwähnten Gründen in den meisten

Fällen unmöglich. Deshalb ist die genauere Form des Energiespektrums unbekannt ⁺.

Erste Angaben eines Energiespektrums im S-System finden sich bei Camerini et al. (Ca 52). Auch wurden an Einzelereignissen die Energieverteilungen meßbarer Schauerteilchen ins S-System transformiert (Go 53^a, Sc 55, De 56^a, Li 56). In einer älteren Arbeit hatten wir ein Energiespektrum angegeben (Li 56), bei dem eine geeignete Korrektur angebracht wurde, da bevorzugt Teilchen des hinteren Halbraums im S-System erfaßt wurden. Wir fanden, wie es in früheren Ergebnissen schon angedeutet war (Ca 52, Go 53^a, Sc 55, De 56^a), einen Abfall des Spektrums nach höheren Energien hin, der Heisenbergs Modellvorstellung etwa entspricht (He 52). (Siehe dazu auch Diskussion von Kretzschmar (Kr 58).)

Ogleich sich bis heute viele Bestätigungen dieses Abfalls fanden (siehe Abb. 29^{a,b}, sowie De 56^a, Lo 57, Te 58, Bo 58, Fe 59, Mo 60^{a,b}, Lu 60, Ha 60^c), müssen wir hier noch einmal herausstellen, daß gerade dieser Punkt durch systematische Fehler der Beobachtung beeinflußt sein kann, die wir im einzelnen heute noch nicht überblicken können.

In den Arbeiten von Awunor et al. (Aw 60), Pernegr et al. (Pe 60^c) und Nishikawa (Ni 59) wird ein Abfall des Spektrums beobachtet, der etwas steiler als mit der zweiten Potenz der Sekundärenergie geht.

⁺ Unter gewissen Annahmen ist es allerdings doch möglich, Information über dieses Spektrum zu erhalten. Wir hatten in unserer Arbeit die Absicht verfolgt, so viele energiearme Sekundärteilchen genauer zu messen, daß man mit ihnen den gesamten hinteren Halbraum des S-Systems erfaßt. Dann könnte aus Symmetriegründen ein verlässlicheres Energiespektrum angegeben werden. Es stellte sich aber heraus, daß unsere Statistik dazu nicht ausreicht. Diese Idee ist offensichtlich auch von Chamany und Barkov (Ch 58) verfolgt worden, führte aber dort auch noch nicht zum genaueren Energiespektrum.

Abb. 29

- 29^a Energiespektrum von π -Mesonen im S-System, die bei ~ 9 GeV Protonstößen in Emulsion erzeugt wurden (Dubna (Lu 60)). Die eingetragene Kurve entspricht Heisenbergs (He 52) Modellvorstellung.
- 29^b Energiespektrum von 55 Schauerspuren an drei Ereignissen von $10^{12} - 10^{15}$ eV Primärenergie (Chikago (Te 58)). Alle Teilchen wurden als π -Mesonen angesehen (siehe auch Abb. 30).
- 29^c Energiespektrum von ~ 500 Spuren an Ereignissen mit Primärenergien $\gtrsim 10$ GeV (siehe Text).
- D : Dubna (Lu 60), ~ 9 GeV
MB: Göttingen-München-Bern (Li 56, Lo 57), 20 - 100 GeV
C : Chikago (Sc 55, Te 58), 1000 - 10 000 GeV
T : Turin (De 56^a), 1000 GeV
NK: Berkeley (kosmische Strahlung) (Ha 60^c), 20 - 100 GeV
P : Paris (Mo 60^{a,b}), 20 - 100 GeV

Die eingetragene Kurve entspricht Heisenbergs (He 52) Modellvorstellung.

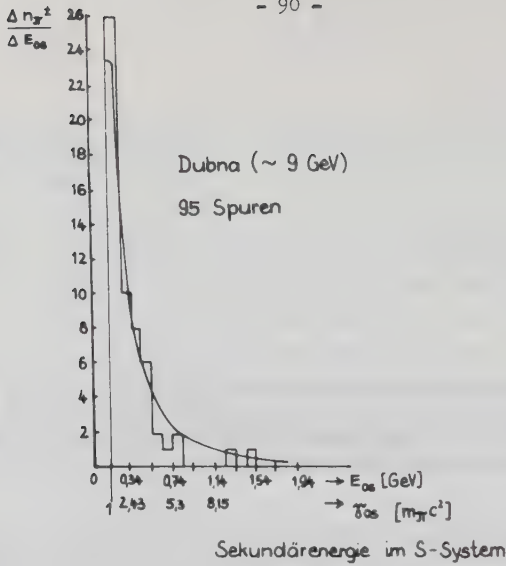
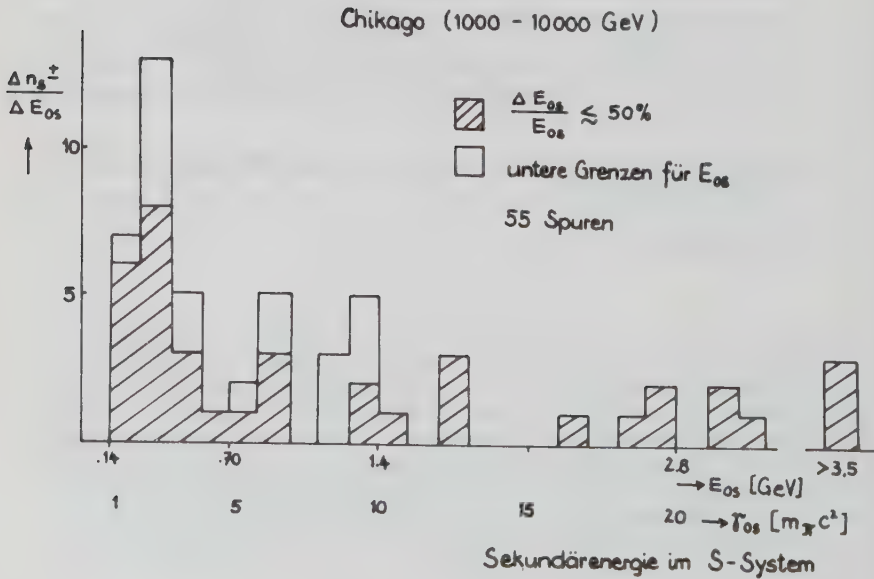


Abb. 29 a↑, b↓



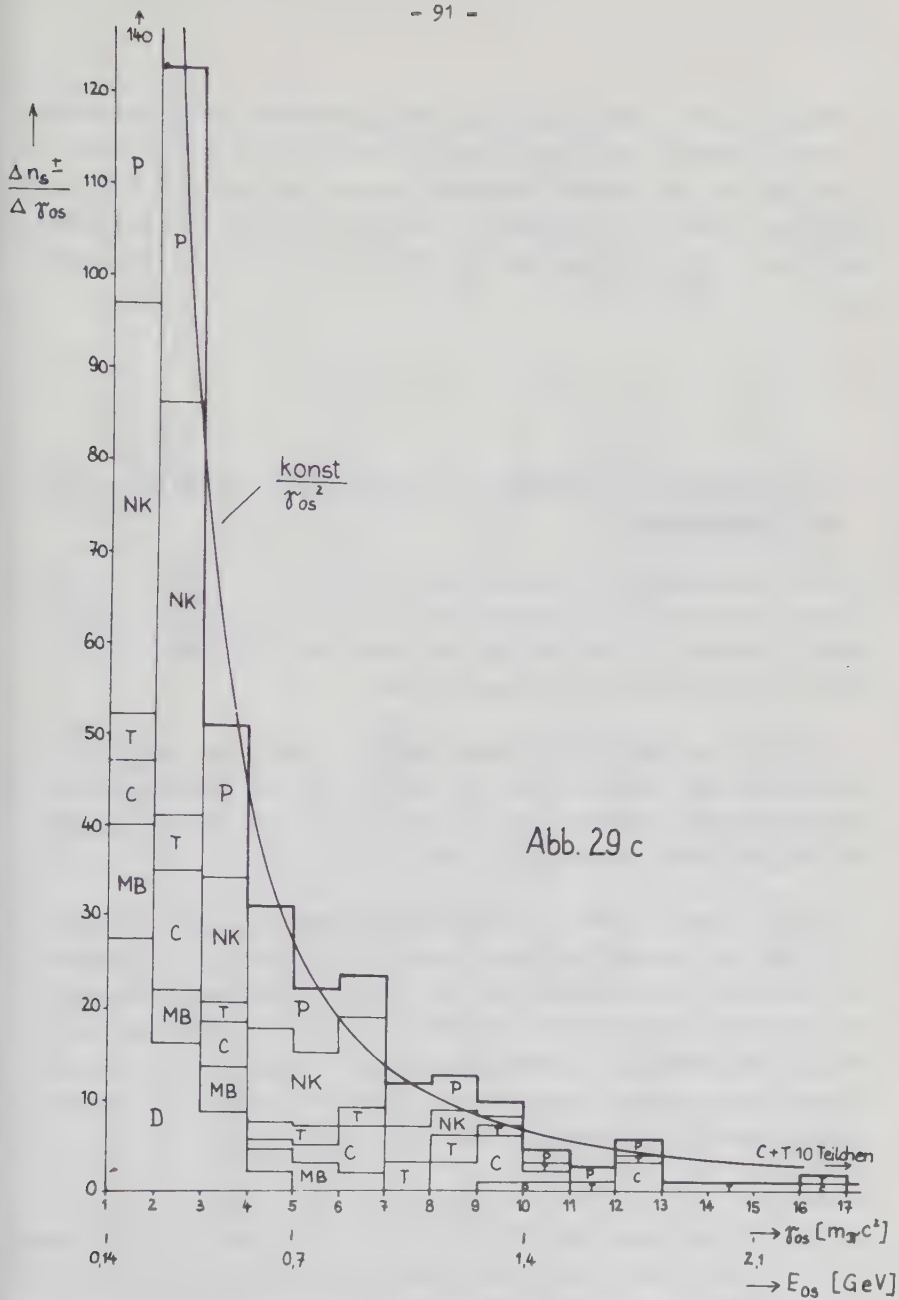


Abb. 29 c

Sekundärenergie im S-System

In Abbildung 29^c haben wir einige Energiespektren von verschiedenen Autoren zusammengefaßt. Das erscheint uns insofern gerechtfertigt, da wir an Abb. 29^a und 29^b bemerken können, daß es seine Form unabhängig von der Primärenergie zu behalten scheint. Der eingetragene Abfall mit $\frac{1}{\sqrt[3]{0s}}$ entspricht der Modellvorstellung von Heisenberg (He 52).

4. Zur Kopplung der Parameter von Primärenergie, Winkelverteilung und Inelastizität

In den vorangehenden Abschnitten hatten wir einige experimentelle Aussagen über die verschiedenen Parameter der Vielfacherzeugung erhalten. Wir wollen hier das, was wir über ihre Kopplung untereinander erkennen konnten, zusammenfassen.

In der Tabelle 3 haben wir einige mögliche Kopplungen der Parameter aufgetragen und jeweils vermerkt, was wir aus den phänomenologischen Analysen entnehmen können. Wo man noch keine Aussagen machen kann, sind Fragezeichen eingetragen worden.

In dieser Tabelle 3 und der folgenden Zusammenfassung der Daten haben wir die Zweizentrenvorstellung nicht aufgeführt. Es scheint uns vorläufig ökonomischer, mit den relativ einfacheren Parametern der Einzentrenvorstellung auszukommen. Wir stoßen dabei auf keine Inkonsistenz innerhalb unserer Erfahrung. Es muß späteren und genaueren Untersuchungen vorbehalten bleiben, zu prüfen, ob nur komplexere Annahmen zu konsistenten Ergebnissen führen.

Abschließend sei hier noch das Ergebnis einiger Messungen der Chikagoer Gruppe angeführt (Sc 55, Sc 59). Aus ihnen wird die Kopplung der Teilchenzahl und ihrer Energie mit der Winkelverteilung deutlich (Abb. 30). Demnach werden die energiereichen Teilchen vor-

Tabelle 3

Kopplung der Parameter

	Abhängigkeiten von steigender Primär- energie $> 10 \text{ GeV}$	bei fester Primärenergie $> 10 \text{ GeV}$
		Abhängigkeiten von steigender Inelastizität K
Wirkungsquerschnitt σ_{total}	$\sim \text{konstant}$	_____
Teilchenzahl n_s	Mittelwerte schwach steigend ($\sim \log E_{\text{prim}}$ bis $\sqrt{E_{\text{prim}}}$)	(?)
Teilchensorten	andere Teilchen als π -Mesonen $< 20\%$	Steigen angeordnet (nach Ed 58 nicht beobachtet)
Winkelverteilung $n_s(\theta_s)$	Anisotropie stärker ausgeprägt ($a_1 = f(E_{\text{prim}})$)	hier nicht beobachtet (nach Ed 58 schwächer werdende Anisotropie)
Transversalimpuls $\delta_{\perp}$ in Einheiten $m_{\pi}c$	Mittelwerte nahezu konstant für π -Mesonen	_____
Sekundärenergie $2\sigma_{\text{el}}, E_{\text{ss}}$ in Einheiten $m_{\pi}c^2$ bzw. GeV	Mittelwerte nur schwach steigend ($\sim \log E_{\text{prim}}$)	$n_s(\theta_s) \approx a_0 + a_1 \cos^4 \theta_s$
Energiespektrum $\frac{dN_s}{dE_{\text{ss}}}$	Form nicht stärker abhängig? ($\frac{1}{E_{\text{ss}}}$)	$\sim \text{konstant?}$
Drehimpulsübertragung	Abweichung von Rotationssymmetrie nicht festgestellt	_____
Inelastizität K_s	Mittelwerte abfallend?	_____

Sekundärenergie im S-System

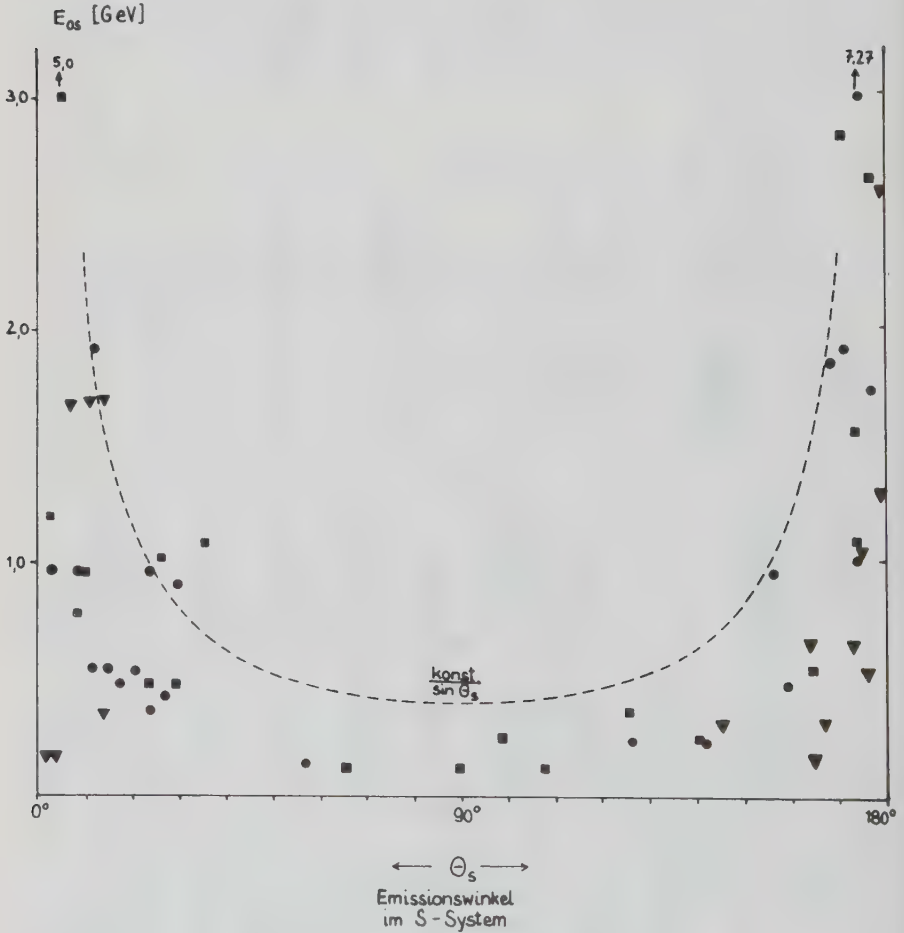


Abb. 30 Anisotropie der Winkelverteilung und Energie der Teilchen an drei Ereignissen mit Primärenergien > 1000 GeV.
(Chicago; Sc 55; Sc 59)

- 20 p - 0 , 2500 GeV } (Sc 59)
- 20 n - 0 , 1300 GeV } (Sc 59)
- ▼ 15 p - 2 , 10 000 GeV (Sc 55)

ungsweise in Richtung der Stoßachse emittiert. Diesem Verhalten ist in Bristol untersuchte Konstanz des Transversalimpulses in Abhängigkeit vom Emissionswinkel äquivalent (Ed 58) (Abb. 25).

Zusammenfassung der phänomenologischen Daten

1. Der totale Wirkungsquerschnitt für Nukleon-Nukleonstöße liegt in der Größenordnung des geometrischen Nukleonenquerschnitts. ($\sigma_{\text{total}} \cong 40 \text{ mb.}$) Eine Abhängigkeit von der Primärenergie oberhalb 10 GeV ist bis jetzt nicht beobachtet worden (Abb. 13).
2. Die mittleren Anzahlen erzeugter Teilchen bleiben in der Größe einer Zehnerpotenz, auch wenn die Primärenergie von $10^{10} - 10^{14} \text{ eV}$ variiert (Abb. 12).
3. Die Erzeugungsrate anderer Teilchen als π - Mesonen bleibt $< 20\%$ (§ 1).

Im Bilde der Einzentrenvorstellung findet man für das S-System, wenn alle erzeugten Teilchen als π - Mesonen angesehen werden:

4. Die Winkelverteilung ist anisotrop derart, daß Teilchen vorzugsweise unter kleinen Winkeln zur Stoßachse emittiert werden. Die Anisotropie wird bei höheren Primärenergien stärker und ist mit einer Anisotropie der energiereichen Teilchen verknüpft (Abb. 20, 21, 30).
5. Die mittlere Sekundärenergie hängt etwa nur logarithmisch von der Primärenergie ab und bleibt deshalb relativ gering (einige $m_{\pi} c^2$, Abb. 26).
6. Im Energiespektrum treten vorwiegend Teilchen kleiner Energie auf. Ein Abfall mit $\frac{1}{\gamma_{0s}}^2 = \frac{dn_s}{d\gamma_{0s}}$ stellt eine gute Näherung dar (Abb. 29).

7. Die Inelastizität bleibt im Mittel $K_s \lesssim 0,5$ und scheint mit steigender Primärenergie abzufallen (Abb. 27). Die Teilchenzahl scheint mit steigender Inelastizität zu wachsen (Abb. 28^a).

8. Fragen der Drehimpulsübertragung müssen noch offen bleiben. Die gemessenen azimuthalen Winkelverteilungen lassen keine Abweichung von rotationssymmetrischer Verteilung zur Stoßachse nachweisen (Abb. 23).

Modellvorstellungen und Vergleich mit experimentellen Daten

Im folgenden werden einige Versuche erwähnt, die Vielfacherzeugung modellmäßig zu beschreiben. Wir beschränken uns auf solche Erörterungen, die unmittelbar mit unserer Erfahrung vergleichbar sind. Dabei werden Vergleiche mit Näherungen angestellt, die erst oberhalb einiger 100 GeV Primärenergie zutreffen sollten, während die Hauptzahl unserer Ereignisse Primärenergien zwischen 50 und 500 GeV hat. Wir befinden uns hier in einem Zwischengebiet der Primärenergie, in dem man heute noch nicht überblicken kann, wie sich die bei niederen Energien brauchbaren Näherungen (siehe z.B. Be 55^b) an die Näherungen hoher Energie anschließen. In den folgenden Vergleichen können wir deshalb nur sehen, wie weit die Experimente schon Effekte zeigen, die sich modellmäßig erst bei höheren Energien deuten und begründen lassen. Wenn nicht ausdrücklich erwähnt, ist immer die π -Mesonenerzeugung gemeint, von der wir wissen, daß sie den Hauptanteil der erzeugten Teilchen bringt.

1. Modellvorstellungen als Voraussetzung für die phänomenologische Beschreibung

Schon bei der phänomenologischen Beschreibung hatten wir von einigen modellmäßigen Vorstellungen ausgehen müssen, um Aussagen im S-System zu erhalten. Grundsätzlich konnte dabei von zwei verschiedenen Annahmen ausgegangen werden:

a. Die stoßenden Nukleonen bilden ein gemeinsames Wechselwirkungsvolumen (Einzentrenvorstellung). Die darin umgesetzte Energie bestimmt dann den Zustand der auslaufenden Teilchen über deren Wechselwirkung untereinander.

b. Die Nukleonen regen sich gegenseitig beim Stoß an, separieren aber vor der Emission erzeugter Teilchen (Zweizentrenvorstellung). Die Teilchenemission erzeugter Teilchen findet weitgehend unab-

hängig voneinander von zwei "strahlenden" Nukleonen (Ta 52, Kr 54) oder "Wolken" ("fire-balls") (Co 58, Ed 58) statt. Ihre Emission wird durch den Anregungszustand der Nukleonen beschrieben.

Es wurde schon erwähnt, daß die Zweizentrenvorstellung in eine Einzentrenvorstellung übergehen sollte, wenn die angeregten Teilchen zerfallen, bevor sie sich aus dem Bereich ihrer Wechselwirkung entfernen. Die Zweizentrenvorstellung führt deshalb zu relativ komplizierten Überlegungen, da die "Anregungsenergie" nicht symmetrisch auf die beiden Stoßpartner aufgeteilt zu sein braucht. Vorläufige, qualitative Abschätzungen im Zweizentrenmodell finden sich z.B. in (Fa 60), (Bu 59). Erst wesentlich umfangreichere Experimente könnten Hinweise geben, wie Modelle in dieser Richtung verfeinert werden dürfen.

Wir werden einige mögliche Konsequenzen der Einzentrenvorstellung verfolgen. Sie wird nahegelegt, wenn man die Mesonenvielfacherzeugung mit der Elektronenbremsstrahlung vergleicht (He 52). Dort führt die Überlappung der Coulombfelder zur γ - Quantenerzeugung. Entsprechend könnte die π - Mesonenerzeugung der Wechselwirkung von Kernfeldern zugeschrieben werden. Daß dabei eine Vielfacherzeugung auftritt, muß als Folge der viel stärkeren Wechselwirkung angesehen werden.

Zum ersten Male hatte Heisenberg (He 36) bei der Interpretation von Schauererscheinungen der kosmischen Strahlung darauf hingewiesen, daß eine Erzeugung mehrerer Teilchen bei Nukleonstößen hoher Energie mit wichtigen Konsequenzen in der Theorie verbunden ist. (Siehe dazu auch He 52.) In den Jahren 1949 - 1952 (He 49, He 52) hat Heisenberg einige mögliche Analogien der Vielfacherzeugung zur Stoßwellenausbreitung betrachtet. Dort sind einige Angaben über Energie- und Winkelverteilungen gemacht, die wir mit Experimenten vergleichen können.

Fermi (Fe 50, Fe 51^a) hat die Vielfacherzeugung unter einem anderen statistischen Gesichtspunkt betrachtet. (Wenn später vom "statistischen Modell" gesprochen wird, sollte berücksichtigt werden, daß

Jede Modellvorstellung der Vielfacherzeugung statistische Züge haben muß. Denn wir haben es mit einem Vielkörperproblem zu tun. Wir meinen hier mit der Bezeichnung "fermiähnlich" oder "statistisches Modell" speziell solche Untersuchungen, die mit konstanten Matrixelementen rechnen.)

(In der Tabelle 5 haben wir die Aussagen der im folgenden erwähnten Modellvorstellungen zusammengefaßt.) (Nach Seite 107.)

2. "Statistisches Modell"

Die Wahrscheinlichkeit $W_{n_s}^{AB}$ eines Systems, von einem Zustand A in einen Zustand B überzugehen, wobei n_s Teilchen erzeugt werden, sei mit dem Matrixelement M^{AB}

$$W_{n_s}^{AB} = \text{const.} \cdot |M^{AB}|^2 \cdot \varrho(\gamma_s^*, n_s)$$

Hier gibt $\varrho(\gamma_s^*, n_s)$ die Zustandsdichte im Endzustand des Phasenraums an. γ_s^* kennzeichne die Gesamtenergie des Systems. Die spezifischen Wechselwirkungen beim Übergang drücken sich in der Form von M^{AB} aus, während die Zustandsdichte durch die verschiedenen statistischen Gewichte der möglichen Zustände und durch die zu beachtenden Erhaltungssätze bestimmt wird.

Vernachlässigt man nun Einflüsse durch Variation des Matrixelements, das heißt, die Wechselwirkung der Teilchen untereinander, so ist nur die Besetzungsdichte im Phasenraum für die Übergangswahrscheinlichkeit ausschlaggebend. (Siehe dazu auch Be 58). Für sehr hohe Energien bedeutet das bei Vernachlässigung der Ruhmassen, daß man dann die Gesetze der Thermodynamik auf die Vielfacherzeugung übertragen kann (Fe 50). Die erzeugten Teilchen sollten sich dann wie ein ideales Gas (π -Mesonen wie ein Bosonengas) verhalten. (Grund-

sätzlich könnte auch die Erzeugung anderer Teilchen als π -Mesonen mit einbezogen werden (siehe Ma 52).)

Bis jetzt ist die Berechnung des Matricelements nicht möglich. Daß seine Konstanzhaltung nur zu einer groben Näherung führen kann, ist zu erwarten. Das Quadrat des Matricelements gibt dann die Wahrscheinlichkeit an, alle Teilchen der verschiedenen Zustände, die sich im Gleichgewicht befinden, in einem gegebenen Volumen V vorzufinden.

2. a. Fermi-Modell

Fermi (Fe 50) ging von einem gemeinsamen Wechselwirkungsvolumen V aus, in dem die stoßenden Teilchen ihre gesamte Energie $\mathcal{E}^+$ umsetzen (Inelastizität $K_s = 1$). $\mathcal{E}^+ = 2(\gamma_s - 1) M_p c^2$

$\gamma_s = \text{Lorentzfaktor}$

$$V = \frac{V_0}{\gamma_s} \quad 2(\gamma_s^2 - 1) M_p c^2 = \mathcal{E}_{\text{prim}} = \text{Primärenergie im L-System}$$

$$\frac{4\pi}{3} R_0^3 = V_0 = \text{Nukleonenvolumen mit}$$

$$R_0 = \frac{\hbar}{m_\pi c}$$

Mit Fermi schließt man aus der thermodynamischen Analogie (Energiedichte $\mathcal{E}^+/V$ im Volumen V proportional T^4 , "Temperatur" $T \sim \sqrt{\gamma_s}$), daß die mittleren Teilchenzahlen und deren Energien wie $\sqrt[4]{\mathcal{E}_{\text{prim}}}$ von der Primärenergie abhängen.

$$\bar{n}_s \sim f(g) \cdot V_0^{\frac{1}{4}} \cdot \gamma_s^{\frac{1}{2}}$$

$$\gamma_s \gtrsim 50$$

$$\bar{\gamma}_{0s} \sim f^*(g) \cdot V_0^{-\frac{1}{4}} \cdot \gamma_s^{\frac{1}{2}}$$

$f(g)$ und $f^*(g)$ sind darin noch Funktionen der Zustandsgewichte der erzeugten Teilchen.

2. b. Schwierigkeiten bei der Deutung experimenteller Ergebnisse und vorgeschlagene Modifikationen des Modells

Daß man mit der von Fermi (Fe 50) getroffenen und plausibel erscheinenden Wahl des Wechselwirkungsvolumens zu Teilchenzahlen kommt, (die mit der Erfahrung ungefähr übereinstimmen, war der eigentliche Ausgangspunkt Fermis (siehe auch Abb. 12). Versucht man aber, die mittleren Energien der Teilchen durch eine geeignete Wahl von V_0 mit der Erfahrung in Übereinstimmung zu bringen, müßte V_0 um Größenordnungen größer angenommen werden. (Siehe dazu auch Kr 58.) In früheren Arbeiten (Go 53^b, Lo 56, Li 56) wurde schon bemerkt, daß die mittleren Energien wesentlich schwächer anzusteigen scheinen als mit $\sqrt[4]{E_{\text{prim}}}$ (Abb. 26^b).

Die mittleren Energien und das Energiespektrum der Annihilations-Vielfacherzeugung hat man mit statistischen Modellrechnungen verglichen und gefunden, daß man dort das Volumen V etwa zu $10 V_0$ annehmen muß (Ba 57, Kr 58). Siehe Abb. 8^b.

Dies Ergebnis und genauere Modellrechnungen für die Annihilation dürfen aber nicht ohne weiteres auf die Stoßvielfacherzeugung übertragen werden. (In Ro 60^b wird eine ausführlichere Modellrechnung für die Annihilations-Vielfacherzeugung angegeben.) Denn bei der Annihilation ist die Inelastizität $K_s = 1$, und wenn sie in Ruhe geschieht, dürfte die Drehimpulsübertragung vernachlässigbar sein. Bei der Stoßvielfacherzeugung sind die Inelastizitäten aber im Mittel $K_s < 1$. Das heißt, man müßte die ursprünglichen Stoßpartner vom statistischen Gleichgewicht ausschließen. Solange man im Einzentrenbild bleibt, dürfte das Fermi-Modell nicht auf schwach inelastische Stöße in der Weise übertragen werden, daß man sie gleich vollkommen inelastischen Stößen entsprechend geringerer Energie setzt. Denn über die Lorentzkontraktion behält die Primärenergie weiterhin Einfluß auf das Wechselwirkungsvolumen $V = V_0/\gamma_s$. (In einer neueren Arbeit hat Hagedorn (Ha 60^b) die Inelastizität zu berücksichtigen versucht, indem er die geometrische Überlappung der Nukleonenfelder mit ihr korrelierte.)

Grundsätzlich müßte im statistischen Modell die Abstrahlung der Teilchen isotrop im S-System sein, solange die ursprünglichen Stoßpartner keinen stärkeren Drehimpuls ins Wechselwirkungsvolumen übertragen. Als aus Scheins Messungen am "S-star" (Lo 50) deutlich wurde, daß man bei hohen Energien anisotrope Winkelverteilungen beobachtet, hat Fermi (Fe 51^a) das qualitativ durch nichtzentrale Stöße mit Stoßparametern $b > 0$ zu deuten versucht. Dabei soll aber weiterhin die Inelastizität $K_s = 1$ sein. (Hier sind prinzipielle Einwände gemacht worden (Fe 51^b), weil sich dann Gleichgewichtszustände nur mit Überlichtgeschwindigkeit einstellen könnten.)

Für Stoßparameter $b > 0$ dürfte aber im Mittel die Abstrahlung der Teilchen auch nicht mehr rotationssymmetrisch zur Stoßachse sein. Die durch den Stoßparameter ausgezeichnete Ebene müßte auch als Vorzugsebene der Emission erscheinen. Einen solchen Effekt können wir bis jetzt in den Experimenten nicht nachweisen (Abb. 23).

In letzter Zeit sind einige Modifikationen des statistischen Modells versucht worden, die z.B. eine Drehimpulsübertragung explizit zu berücksichtigen suchen (Ko 60, Ma 59) oder $\pi - \pi$ - Wechselwirkungen einführen (Ce 59^b, Ko 59^c). Dabei müssen aber immer neue Parameter eingeführt werden, deren Wert wir aufgrund unserer Erfahrung noch nicht festlegen können. - Es muß offen bleiben, wie sich im Zweizentrenbild die statistischen Modellvorstellungen durchführen lassen.

Mit der Erzeugung von Nukleonenpaaren und schwereren Mesonen ergeben sich bei "fermiähnlichen" Betrachtungen Schwierigkeiten, wenn man für sie nicht kleinere Erzeugungsvolumina als für π - Mesonen annimmt. Entsprechend ihrer in summa größeren statistischen Zustandsgewichte gegenüber π - Mesonen muß man für sie etwa um eine Größenordnung kleinere Erzeugungsvolumina wählen. (Siehe auch Ha 60^a.)

2. c. Landaus Erweiterung und die beobachtete Anisotropie

Landau hat 1953 (La 53) versucht, Fermis Modell (Fe 50) in der Weise auszubauen, daß eine Wechselwirkung der erzeugten Teilchen untereinander berücksichtigt wird. Er ging davon aus, daß im Augenblick des Stoßes noch gar nicht von physikalischer Teilchenzahl gesprochen werden darf, da die Teilchen untereinander in starker Wechselwirkung stehen. Er zerlegt deshalb den Erzeugungsprozeß in drei Schritte:

Erste Phase: In einem gemeinsamen Wechselwirkungsvolumen setzen die Stoßpartner ihre gesamte zur Verfügung stehende Energie um ($K_s = 1$). Unmittelbar nach dem Stoß ergeben sich ähnliche Verhältnisse wie bei Fermi (Fe 50). Auf den so definierten Ausgangszustand wendet Landau in einer zweiten Phase die relativistische Hydrodynamik an, um so eine Wechselwirkung der erzeugten Teilchen untereinander auszudrücken. (Insofern ist sein Modell in unserem Sinne nicht mehr "statistisches Modell".) Erst in einer dritten Phase, wenn sich das System so weit ausgedehnt hat, daß die Teilchen nicht mehr in Wechselwirkung stehen, treten sie in Erscheinung.

Bemerkenswert an Landaus Modell (La 53) ist es, daß aufgrund der "Druckausbreitung" im lorentzkontrahierten Wechselwirkungsvolumen eine Anisotropie annähernd derart zustandekommt, wie sie beobachtet wird. Man kann, wie Belenki und Landau (Be 55^a) bemerkt haben, die Winkelverteilung des L-Systems bei logarithmischer Skala durch eine Gaußverteilung approximieren.

Ciok et al. (Ci 58^{a,b}) geben folgenden Vergleich mit ihren Ergebnissen an (siehe Tabelle 4).

Tabelle 4

E_{prim}	10^{10} eV	10^{11} eV	10^{12} eV	10^{13} eV	10^{14} eV
ζ_{Landau}		0,49	0,63	0,77	0,96
$\zeta_{\text{exp}} (\text{Ciok et al.})$		0,46	0,55	0,66	0,96

Für inelastische Stöße treten bei Landau (La 53) ähnliche Probleme wie beim ursprünglichen Fermi-Modell (Fe 50) auf. (Am 57, Em 57, Is 59.) (Emelyanov und Rosental (Em 60) erwähnen, daß das Landau-Modell und die Zweizentrenvorstellung zu ähnlichen kinematischen Verhältnissen im L-System führen können.)

3. Heisenberg-Modell

Heisenberg (He 52) hat aus einer Analogiebetrachtung zur Stoßwellenausbreitung einige Aussagen über die Vielfacherzeugung hergeleitet, die wir mit unseren phänomenologischen Daten vergleichen können.

3. a. Zum Energiespektrum und dessen Vergleich mit experimentellen Ergebnissen

Eine wichtige Folgerung in Heisenbergs Modell ist es, daß ein Energiespektrum der erzeugten Teilchen auftritt, das nach höheren Werten wie $\frac{dn_s}{d\gamma_{os}} \sim \frac{1}{\gamma_{os}^\alpha}$ mit $\alpha \approx 2$ abfällt. (γ_{os} = Energie der Sekundärteilchen in Ruheinheiten.) Dieser Abfall folgt aus dem Verhalten

einer nichtlinearen Wellengleichung, nach der sich die im Wechselwirkungsvolumen konzentrierte Energie ausbreiten soll.

Dadurch, daß diese Form des Energiespektrums unabhängig von der Primärenergie bleibt, ergibt sich ein etwa nur logarithmischer Anstieg der mittleren Sekundärenergien mit der Primärenergie: Nur der "Abschneidewert" im Spektrum, bis zu dem sich die Teilchenenergien aus Energiegründen erstrecken können, wandert mit der Primärenergie zu größeren Werten. Der Hauptanteil kleiner Energien bleibt unberührt (Abb. 25).

Als eine mögliche Näherung gibt Heisenberg (He 52) an

$$\frac{dn_s}{d\gamma_{os}} = \frac{\sqrt{\gamma_{os}^2 - 1} \cdot \text{const.}}{\gamma_{os}^3 \left(1 + \frac{\gamma_{os}^2}{\gamma_s^2}\right)} \quad \gamma_s \approx 5$$

Hier spielt $\frac{\gamma_{os}}{\gamma_s}$ die Rolle des "Abschneidefaktors", und $\sqrt{\gamma_{os}^2 - 1}/\gamma_{os}$ tritt als Einfluß des endlichen Phasenvolumens bei kleinen Werten von γ_{os} auf.

In Abbildung 29^c haben wir einige experimentelle Daten mit dem für das Spektrum charakteristischen Abfall wie $1/\gamma_{os}^2$ verglichen. Genauere Vergleiche können erst gemacht werden, wenn die experimentelle Form des Spektrums sichergestellt ist. (Siehe dazu auch die Diskussion des experimentellen Spektrums im vorangehenden Abschnitt § 3 d.)⁺ Wir glauben aber dennoch, heute schon sagen zu dürfen, daß Heisenbergs Modell-Spektrum den experimentellen Befund in guter Näherung beschreibt.

⁺ Friedländer (Fr 60) hat im Bilde der Zweizentrenvorstellung bemerkt, daß ein Spektrum mit dem Abfall $1/\gamma_{os}^2$ für jedes der Zentren nicht mit der von ihm betrachteten Verteilung der Transversalimpulse vereinbar ist.

3. b. Winkelverteilung und beobachtete Anisotropie

Nach Heisenberg (He 52) ergibt sich eine anisotrope Winkelverteilung der Energieabstrahlung, wie sie in Abb. 30 beobachtet wird, allgemein und qualitativ aus der Lorentzkontraktion des Wechselwirkungsvolumens. Die Transversalimpulse für π -Mesonen sollten in der Größenordnung $m_{\pi}c$ bleiben. In Stoßrichtung dagegen können höhere Energien emittiert werden, da die ihnen entsprechenden Wellenlängen im kontrahierten Volumen nicht mehr durch Interferenz fortfallen.

3. c. Zur Inelastizität als "geometrischer" Effekt und deren Vergleich mit beobachteten Werten

Um näherungsweise auch Beiträge kleiner Inelastizitäten zu erfassen, korrelierte Heisenberg (He 52) (unabhängig von den Folgerungen der Stoßwellenausbreitung) die geometrische "Überlappung" der stoßenden Nukleonenfelder; das heißt korrespondenzmäßig, den Stoßparameter b mit der Inelastizität K_s .

Dieses geometrische Bild führt auf einen Abfall der mittleren Inelastizitäten mit wachsender Primärenergie (Abb. 27): Bei höheren Primärenergien reichen kleinere geometrische Überlappungen schon aus, um genügend Energie für Teilchenerzeugung auszutauschen. Das hätte aber auch einen Anstieg des totalen Wirkungsquerschnitts mit der Primärenergie zur Folge. Da das Energiespektrum durch die Primärenergie nicht wesentlich beeinflusst wird, bestimmt die Überlappung die Teilchenzahl (Inelastizität als Maß der Überlappung).

Feinberg und Tschernavski (Fe 53) behaupteten, daß eine solche geometrische Abschätzung ungerechtfertigt sei, da bei schwachen Inelastizitäten die übertragene Energie kleiner als die Energieunschärfe werde. Man sieht aber, daß das erst für Inelastizitäten $K_s \lesssim 0,14 = m_{\pi}/M_p$ der Fall sein sollte. (Teilchengeschwindigkeit im folgenden gleich annähernd Lichtgeschwindigkeit c gesetzt.)

$$\Delta \varepsilon^+ \gtrsim \frac{\hbar \cdot c}{l}$$

oder

$$M_p \cdot \Delta \gamma_s \gtrsim m_{\pi} \gamma_s$$

l = Schichtdicke des Volumens

$$= \frac{\hbar}{m_{\pi} c} \cdot \frac{1}{\gamma_s}$$

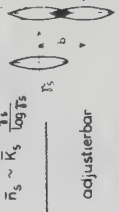
Es sollte also einen Bereich geben, in dem die Geometrie der Stöße durchaus eine Rolle spielen kann. Der experimentell angedeutete Abfall der mittleren Inelastizitäten mit wachsender Primärenergie (Abb. 27), sowie auch die bemerkbare Korrelation der Teilchenzahl mit der Inelastizität (Abb. 28^a) wären Hinweise darauf. Allerdings ergeben sich Diskrepanzen, wenn man die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von der Primärenergie betrachtet. Nach unserer heutigen Kenntnis ändert er sich nicht merklich (Abb. 13).

Hier wäre es die Frage, ob das geometrische Bild verfeinert werden kann. Man könnte vermuten, daß bei der Interpretation der "geometrischen" Effekte ($K_s = f(E_{\text{prim}})$, $\sigma_{\text{total}} = f(E_{\text{prim}}) = \text{const. ?}$, $n_s = f(K_s)$) die Struktur der Nukleonen berücksichtigt werden muß. (Siehe dazu auch Bl 59, Bi 59, Ro 60.) Von dieser Seite haben Experimente bei höchsten Energien ($\gtrsim 10^{14}$ eV) besonderes Interesse. (ICEF-Operation (Sc 60).)

Tabelle 5

Aussagen der Modelle

$$E_{\text{prim}} = (2 \gamma_S^2 - 1) M_{\text{pc}}^2$$

Einzentrenvorstellung			
	Fermi $R_0 \approx \frac{1}{m_{\text{pc}} c}$	Landau	Heisenberg $R_0 \approx \frac{1}{m_{\text{pc}} c}$
Wirkungsquerschnitt σ_{Wirk}	$\sim$ geometrisch (Annahme) $V_0 \sim \sqrt[3]{V_0 E_{\text{prim}}}$ $V_0 = \frac{1}{2} R_0^3$	wie Fermi	$\sim \log^2 \left(\frac{\log \gamma_S}{\gamma_S} \right) \sim \frac{1}{K_S} \frac{R_0^3}{\gamma_S}$
Teilchenzahl n_S	$n_S \sim \sqrt[3]{V_0 E_{\text{prim}}}$ $V_0 = \frac{1}{2} R_0^3$	$\bullet$	$\bar{n}_S \sim \bar{K}_S \log \gamma_S$
Teilchensorten	adjustierbar über V_0	$\bullet$	adjustierbar 
Winkelverteilung $n_S(\theta_S)$	$\frac{dn_S}{d\cos\theta_S} = \begin{cases} f(b) & (b = \text{Stoßparameter} > 0) \\ \text{const.} & (b = 0) \text{ isotropie} \end{cases}$ keine Rotationsasymmetrie für $b = 0$	im S-System: $\frac{dn_S}{d\log \frac{1}{2}} \sim e^{\sqrt{(\log \gamma_S)^2 (\log \frac{1}{2})^2}}$ für kleine θ_S im L-System: $\frac{dn_S}{d\log(\gamma_S \log \theta_S)} \sim \frac{-\log^2(\gamma_S \log \theta_S)}{e^{2 \log \gamma_S}}$	$\frac{dn_S}{d\cos\theta_S} \sim \frac{1}{\text{const.} \sin^2 \theta_S} \approx a_0 + a_1 \cos^2 \theta_S$ $\gamma_{\text{os}} \sim \frac{1}{\theta_S}$, Rotationsasymmetrie
Transversalimpuls $d_{\perp}$ in Einheiten $m_{\text{pc}} c$	$\mathcal{K}_{\perp} = f(E_{\text{prim}}) > 1$	$\mathcal{K}_{\perp} = f(E_{\text{prim}}) > 1$ (siehe Mi. 57)	≈ 1 und annähernd konstant
Sekundärenergie $\gamma_{\text{os}}, E_{\text{os}}$ in Einheiten $m_{\text{pc}} c^2$ bzw. GeV	$\bar{\gamma}_{\text{os}} \sim \sqrt[3]{V_0^{-1} E_{\text{prim}}}$ $KT \sim \sqrt[3]{E_{\text{prim}}}$	ähnlich Fermi (siehe oben Mi. 57)	$\bar{\gamma}_{\text{os}} \sim \frac{\log \gamma_{\text{os}}}{1 - \frac{1}{\gamma_S}}$
Energiespektrum $\frac{dn_S}{d\gamma_{\text{os}}}$ Impulsspektrum $\frac{dn_S}{dp_{\text{os}}}$	$\frac{dn_S}{dp_{\text{os}}} \sim \frac{p_{\text{os}}^2 c}{E_{\text{prim}}} \frac{p_{\text{os}}}{m_{\text{pc}} c} \sim e^{-\frac{p_{\text{os}} c}{KT}}$ $e^{-\frac{p_{\text{os}} c}{KT}} - 1$	$\frac{dn_S}{d\gamma_{\text{os}}} \rightarrow \frac{1}{\gamma_{\text{os}}}$	$\frac{dn_S}{d\gamma_{\text{os}}} \rightarrow \frac{1}{\gamma_{\text{os}}^2}$
Drehimpulsübertragung	gekoppelt mit Stoßparameter b	γ_{os}^2	γ_{os}^2
Inelastizität K_S	$K_S = 1$ gesetzt	$K_S = 1$ gesetzt	$\bar{K}_S \sim \frac{1}{\log^2 \left(\frac{\log \gamma_S}{\gamma_S} \right)}$

4. Zusammenfassung der modellmäßigen Aussagen und Hinweise auf einige andere Betrachtungsweisen

Einige Beziehungen, die sich aus den oben erörterten Modellvorstellungen ergeben, haben wir in Tabelle 5 zusammengefaßt. Die Anordnung ist dabei so gewählt, daß auch ein Vergleich mit den phänomenologischen Daten aus Tabelle 3 möglich ist. Wir haben versucht, die von den Autoren angegebenen Beziehungen einheitlich zu formulieren. Bei der Angabe der Energiespektren nach Fermi (Fe 50) und Landau (La 53) muß berücksichtigt werden, daß sie unter der Voraussetzung vollkommen inelastischer Stöße gelten. Insofern ist ihr Vergleich mit den phänomenologischen Daten, bei denen im Mittel $K_s < 1$ ist, nicht gerechtfertigt. (Es wäre interessant, nur Stöße mit Inelastizitäten $K_s = 1$ zu untersuchen. Bis jetzt existiert dazu aber zu wenig Material.) Deshalb haben wir auch die Fragen der Energiespektren bei diesen Modellvorstellungen nicht näher diskutiert.

In diese Tabelle 5 haben wir nur die "Einzentrenmodelle" von Fermi (Fe 50, Fe 51^a), Landau (La 53, Be 55^a) und Heisenberg (He 52) aufgenommen. Die vorgeschlagenen Zweizentrenmodelle sind noch nicht so weit spezifizierbar, daß quantitative Vergleiche mit den Experimenten im einzelnen möglich sind. Bei der phänomenologischen Analyse hatten wir einige qualitative Deutungsmöglichkeiten in diesem Bilde erwähnt.

Ältere Versuche, die quantenmechanischen Näherungsverfahren auf die Vielfacherzeugung zu übertragen, sind in einer Arbeit von Lewis et al. (Le 48), sowie in dem Buch von Marshak (Ma 52) zusammengefaßt. Wataghin (Wa 59) hat die Vielfacherzeugung unter einigen Gesichtspunkten erörtert, die sich aus der Behandlung nichtlinearer Wechselwirkungen ergeben. Czyz et al. (Cz 59) betrachteten eine mögliche Analogie zwischen Vielfacherzeugung und Cerenkov-Strahlung. Ezawa et al. (Ez 57) sowie Namiki und Iso (Na 57) haben versucht, einige feldtheoretische Überlegungen in Zusammenhang mit Landaus (La 53) hydrodynamischen Betrachtungen zu bringen.

Im ganzen können wir heute noch nicht überblicken, welche der Modellvorstellungen zum Ziel einer endgültigen Theorie der Vielfacherzeugung führen könnte. Anhand der heute vorliegenden experimentellen Ergebnisse scheint uns aber Heisenbergs Modellvorstellung den größeren Bereich unserer Erfahrung zu beschreiben.

Schlußbemerkung

Für den Stand unserer heutigen Kenntnis ist es bezeichnend, daß wir zur Vielfacherzeugung eher Fragestellungen angeben können, als erwiesene Sachverhalte berichten. Wir bewegen uns hier auf einem Grenzgebiet unseres physikalischen Wahrnehmungsvermögens. Gerade sich andeutende Effekte führen sofort auf Fragen, deren Konsequenzen wir noch nicht absehen können.

Von vielen Seiten werden große Anstrengungen unternommen, um zu sicheren experimentellen Aussagen zu kommen. Große Hoffnungen werden dabei in die Experimentiermöglichkeiten gesetzt, die sich an den großen Teilchenbeschleunigern eröffnen.

Wir müssen damit rechnen, daß sich neue, weitergehende Fragen ergeben, bevor wir hoffen dürfen, die Erscheinungen bei hohen Energien geschlossen beschreiben zu können. Wir haben versucht, in einigen Punkten herauszustellen, daß dabei auch weiterhin die ganz hohen Energien in der kosmischen Strahlung wichtige Beiträge liefern können.

Herrn Professor Dr. W. Heisenberg, meinen Freunden, Kollegen und Mitarbeiterinnen an den Instituten in München und Padua sei herzlicher Dank für Förderung, Anteilnahme und Geduld, durch die diese Arbeit nur möglich wurde. Herrn Dr. K. Gottstein sei besonders für die kritische Durchsicht des Manuskripts gedankt.

Den Herren Filthuth (CERN), Kaneko (Osaka), Perkins (Bristol) und Stevenson (Berkeley) sei für die Überlassung einiger zum Teil unveröffentlichter Abbildungen gedankt.

Anhang

1. Kinematik der Transformation
2. Transformationskurven
3. Näherungen
4. Verzeichnis der ausgewerteten Ereignisse
5. Transformationsdiagramm eines vermessenen Schauers
6. Meßfehler
7. Verzeichnis der Literaturereignisse

Literaturverzeichnis

Anhang

1. Kinematik der Transformation von L- und S-System

Bezeichnungen: (Index L für Laborsystem (L-System), Index S für Schwerpunktsystem (S-System))

$\gamma_{s,L}^0$	Primärenergie des stoßenden Teilchens in Ruheinheiten mc^2
$\gamma_{s,L}^*$	Primärenergie des gestoßenen Teilchens in Ruheinheiten mc^2
$\gamma_{os,ol}$	Energie der Sekundärteilchen in Ruheinheiten mc^2
$\theta_{s,L}$	Winkel der Sekundärteilchen gegen Richtung des stoßenden Primärteilchens
E_{prim}	Primärenergie des stoßenden Teilchens in GeV im L-System
E^+	im S-System zur Verfügung stehende Energie
n_s	Anzahl erzeugter Teilchen
m	Ruhmasse der Teilchen. Index π, K, p für π^- , K-Mesonen oder p für Nukleonen

$$\begin{aligned}
 m_{\pi} c^2 &= 0,14 \text{ GeV} & m_p/m_{\pi} &= 6,7 \\
 m_K c^2 &= 0,493 \text{ GeV} & m_p/m_K &= 1,9 \\
 M_p c^2 &= m_p c^2 & &= 0,938 \text{ GeV}
 \end{aligned}$$

Entsprechende Indices gelten für die Impulse $\mathcal{E}$ in Einheiten mc und die Geschwindigkeiten β in Einheiten c = Lichtgeschwindigkeit. Im folgenden wird $c = 1$ gesetzt.

In den so definierten Größen lautet der Energiesatz

$$A \ 1) \quad \gamma^2 = \mathcal{E}^2 + 1 \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{und} \quad \mathcal{E} = \gamma \cdot \beta$$

Betrachtet wird der Zusammenstoß zweier Teilchen der Masse M^0 und M^* , bei dem neue Teilchen der Masse m erzeugt werden. Im L-System

ruhe eines der beiden Teilchen vor dem Stoß. Die Energie-Impulsvektoren lauten dann

$$\alpha_L^0 = \| \alpha_L^0, 0, 0, i\gamma_L^0 \| \cdot M^0$$

$$E_{\text{prim}} = \gamma_L^0 M^0 \cdot c^2$$

$$\alpha_L^* = \| \alpha_L^*, 0, 0, i\gamma_L^* \| \cdot M^*$$

$$\text{mit } \alpha^* = 0; \quad \gamma_L^* = 1$$

wenn die x-Achse in Bewegungsrichtung des stoßenden Teilchens liegt.

Ihnen entsprechen im S-System

$$\alpha_S^0 = \| \alpha_S^0, 0, 0, i\gamma_S^0 \| \cdot M^0$$

$$\text{mit } -\alpha_S^0 M^0 = \alpha_S^* M^*$$

$$\alpha_S^* = \| \alpha_S^*, 0, 0, i\gamma_S^* \| \cdot M^*$$

$$\text{oder } \gamma_S^0 M^0 = M^* \sqrt{\gamma_S^{*2} - 1 + \left(\frac{M^0}{M^*}\right)^2}.$$

Sie werden durch die spezielle Lorentztransformation mit

worin $\beta^S = \beta_L^S$ = Geschw. des S-Systems
im L-System

$$\|L\| = \begin{vmatrix} \gamma^S & 0 & 0 & i\beta^S \gamma^S \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\beta^S \gamma^S & 0 & 0 & \gamma^S \end{vmatrix}$$

$$\beta_L^S = \frac{M^0 \alpha_L^0}{M^0 \gamma_L^0 + M^*}$$

$$\gamma^S = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^{S2}}} \text{ "Lorentzfaktor"}$$

$$\alpha^S = \beta^S \cdot \gamma^S$$

ineinander übergeführt.

Für das im L-System ruhende Teilchen folgt

$$\alpha_S^* = \beta^S \gamma^S$$

$$\gamma_S^* = \gamma^S$$

und für das stoßende Teilchen gilt

$$\alpha_S^0 = \gamma^S \alpha_L^0 + \alpha^S \gamma_L^0 = -\frac{M^*}{M^0} \beta^S \gamma^S$$

$$\gamma_S^0 = \gamma^S \gamma_L^0 + \alpha^S \alpha_L^0 = \frac{M^*}{M^0} \sqrt{\gamma_S^{*2} - 1 + \left(\frac{M^0}{M^*}\right)^2}$$

Für den Fall $M^0 = M^* = 1$ wird

$$\gamma_s^0 = \gamma_s^* = \gamma^s$$

Das heißt, die Beträge der Teilchengeschwindigkeiten im S-System werden gleich groß wie der Betrag der Geschwindigkeit des S-Systems im L-System. Für den symmetrischen Nukleonenstoß wird deshalb

$$\begin{aligned} \gamma_s^0 &= \gamma_s^* = \gamma^s = \gamma_s & \text{gesetzt.} \\ \beta^s &= \beta_s \end{aligned}$$

Für $M^0 = M^* = 1$ gilt also

$$\beta_s^z = \frac{\gamma_L^0 - 1}{\gamma_L^0 + 1}$$

$$\gamma_s^z = \frac{\gamma_L^0 + 1}{2}$$

$$A2) \quad \gamma_L^0 = 2 \gamma_s^z - 1$$

$$E_{\text{prim}} = (2 \gamma_s^z - 1) M_p c^2$$

Im allgemeinen Fall $M^0 \neq M^*$ ergibt sich

$$\beta^{s^2} = \frac{\gamma_L^{0^2} - 1}{\left(\gamma_L^0 + \frac{M^*}{M^0}\right)^2}$$

$$\gamma^{s^2} = \frac{\left(\gamma_L^0 + \frac{M^*}{M^0}\right)^2}{\left(\gamma_L^0 + \frac{M^*}{M^0}\right)^2 - (\gamma_L^{0^2} - 1)}$$

$$\gamma_L^0 = \frac{M^*}{M^0} \left[(\gamma^{s^2} - 1) + \gamma^s \sqrt{\gamma^{s^2} - 1 + \left(\frac{M^0}{M^*}\right)^2} \right]$$

Für die Stoßpartner und die nach dem Stoß auftretenden neuen Teilchen lauten die Energie-Impulsvektoren, wenn sie in Ruheinheiten ausgedrückt werden

$$\alpha_{OL} = \parallel \sqrt{\gamma_{OL}^2 - 1} \cdot \cos \theta_L; \sqrt{\gamma_{OL}^2 - 1} \cdot \sin \theta_L; 0; i \gamma_{OL} \parallel$$

und

$$\alpha_{OS} = \parallel \sqrt{\gamma_{OS}^2 - 1} \cdot \cos \theta_S; \sqrt{\gamma_{OS}^2 - 1} \cdot \sin \theta_S; 0; i \gamma_{OS} \parallel$$

(Da im folgenden die Primärteilchen nach dem Stoß nicht weiter behandelt werden, sind die Transformationen nur für erzeugte Teilchen angegeben. Für die Stoßpartner gelten sie analog. Es werden rotationssymmetrische Verhältnisse zur Stoßachse betrachtet.)

Aus der Transformation folgt:

$$\alpha_{OL} = \parallel \gamma_S \sqrt{\gamma_{OS}^2 - 1} \cdot \cos \theta_S + \gamma_{OS} \beta_S \gamma_S; \sqrt{\gamma_{OS}^2 - 1} \sin \theta_S; 0; i \beta_S \gamma_S \sqrt{\gamma_{OS}^2 - 1} \cos \theta_S + i \gamma_{OS} \gamma_S \parallel$$

Durch Komponentenvergleich ergeben sich daraus die Beziehungen

$$\text{A 3)} \quad \gamma_S \tan \theta_L = \frac{\sin \theta_S}{\cos \theta_S + \frac{\beta_S}{\beta_{OS}}} \quad \text{für die Winkel} \quad \left(\frac{\beta_S}{\beta_{OS}} = m \right)$$

$$\text{A 4)} \quad \gamma_{OL} = \gamma_{OS} \cdot \gamma_S + \sqrt{\gamma_{OS}^2 - 1} \sqrt{\gamma_S^2 - 1} \cos \theta_S \quad \text{für die Energien}$$

$$\text{A 5)} \quad \sqrt{\gamma_{OS}^2 - 1} \sin \theta_S = \sqrt{\gamma_{OL}^2 - 1} \sin \theta_L \quad \text{für die Transversalimpulse}$$

Aus Symmetriegründen folgt bei großer Teilchenzahl, daß deren mittlere Energie $\bar{\gamma}_{0L}$ im L-System

$$\bar{\gamma}_{0L} = \bar{\gamma}_{0S} \cdot \gamma_S$$

ist, wobei $\bar{\gamma}_{0S}$ = mittlere Energie im S-System.

Für die inverse Transformation ergeben sich

A 7)

$$\gamma_S \tan \theta_S = \frac{\sin \theta_L}{\cos \theta_L - \frac{\beta_S}{\beta_{0L}}}$$

für die Winkel

A 8)

$$\gamma_{0S} = \gamma_{0L} \cdot \gamma_S - \sqrt{\gamma_{0L}^2 - 1} \cdot \sqrt{\gamma_S^2 - 1} \cos \theta_L \text{ für die Energien}$$

2. Transformationskurven für verschiedene Primärenergien

In den folgenden Diagrammen sind die Transformationsverhältnisse für verschiedene Werte des Lorentzfaktors γ_s bei Nukleon-Nukleonstößen ($M^0 = M^*$) wiedergegeben. Sie gelten entsprechend für unsymmetrische Stöße, wenn anstelle γ_s die zugehörigen Werte γ^s genommen werden. Soweit nicht anders vermerkt, gelten die angegebenen Zahlwerte immer nur für Nukleon-Nukleonstöße.

Gleichung A 4 für die Energien der Sekundärteilchen, aufgelöst nach $\cos \theta_s$, ist als Kurvenschar I dargestellt. Gleichung A 3 für die Winkel, aufgelöst nach β_{0s} und umgerechnet auf γ_{0s} , ergibt Kurvenschar II. So erscheinen die im L-System meßbaren Größen als Scharparameter der Kurven I (γ_{0L}) und II (θ_L).

Die Koordinatenmaßstäbe wurden dabei so gewählt, daß ein möglichst übersichtlicher Eindruck von den Verhältnissen im S-System gewonnen wird. (Logarithmischer Maßstab für die Energien γ_{0s} und linearer Maßstab für die Winkel θ_s der Sekundärteilchen im S-System.)

Gleichung A 5 für die Transversalimpulse gilt unabhängig von der Primärenergie, da sie nicht durch die Transformation beeinflusst wird. Die entsprechende Kurvenschar für verschiedene Werte des Transversalimpulses ist deshalb nur einmal in der später folgenden Abbildung A 2 wiedergegeben. Sie gilt in gleicher Form auch für diese Transformationskurven.

Der durch die Transformationskurven überdeckte Energiebereich ist in Abb. A 1 dargestellt. Die Bezeichnungen Berkeley, Dubna und CERN entsprechen den heute künstlich erreichten Energien.

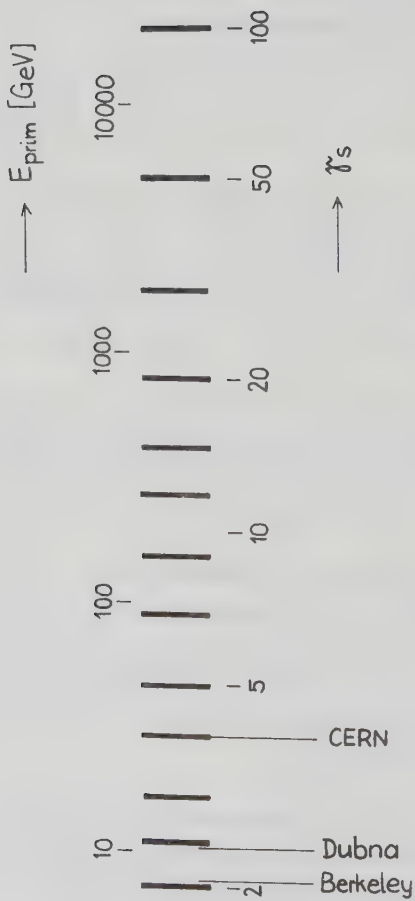


Abb. A1

Durch die Transformationskurven überdeckter Bereich von Primärenergien.

Transformationskurven:

Bezeichnungen s. Seite 112)

I. Kurven konstanter Sekundärenergien γ_{0L} im L-System in Abhängigkeit von Emissionswinkel θ_s und Sekundärenergie γ_{0s} im S-System (Scharparameter γ_{0L})

$$A 9) \quad \cos \theta_s = \frac{\gamma_{0L} - \gamma_{0s} \cdot \gamma_s}{\sqrt{\gamma_{0s}^2 - 1} \sqrt{\gamma_s^2 - 1}} \quad \text{entsprechend Gl. A 4}$$

$$\text{für } \cos \theta_s = \pm 1 \text{ wird } \gamma_{0s} = \gamma_{0L} \gamma_s \pm \sqrt{(\gamma_{0L} \gamma_s)^2 - (\gamma_s^2 + \gamma_{0L}^2) + 1}$$

$$\text{und } \gamma_{0s} \xrightarrow{\gamma_s \gg 1} \frac{\gamma_{0L}}{2 \gamma_s} \quad \text{bei } \cos \theta_s = +1$$

II. Kurven konstanter Emissionswinkel θ_L im L-System in Abhängigkeit von Emissionswinkel θ_s und Sekundärenergie γ_{0s} im S-System (Scharparameter θ_L)

$$A 10) \quad \beta_{0s} = \frac{\sqrt{\gamma_s^2 - 1}}{\sin \theta_s \cdot \cotg \theta_L - \gamma_s \cos \theta_s} \quad \text{entsprechend Gl. A 3}$$

$$\beta_{0s} = \frac{\sqrt{\gamma_{0s}^2 - 1}}{\gamma_{0s}}$$

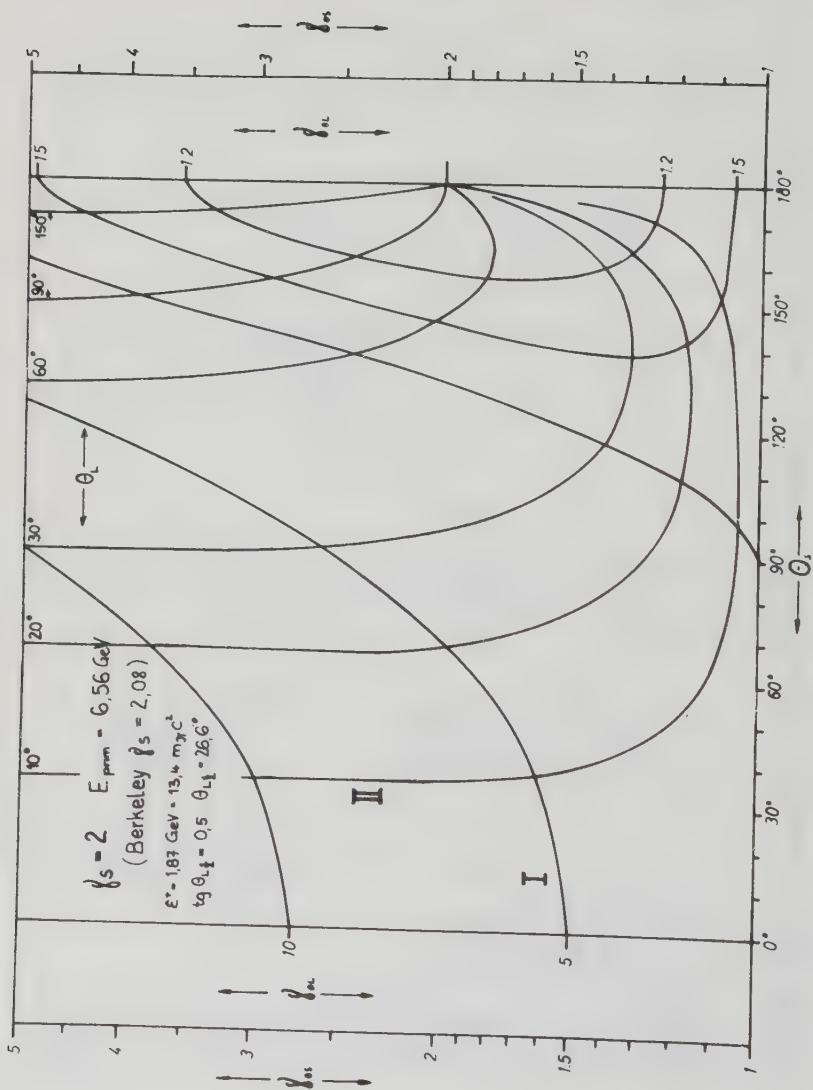
θ_s^* = asymptotischer Grenzwinkel
für $\gamma_{0s} \gg 1$.

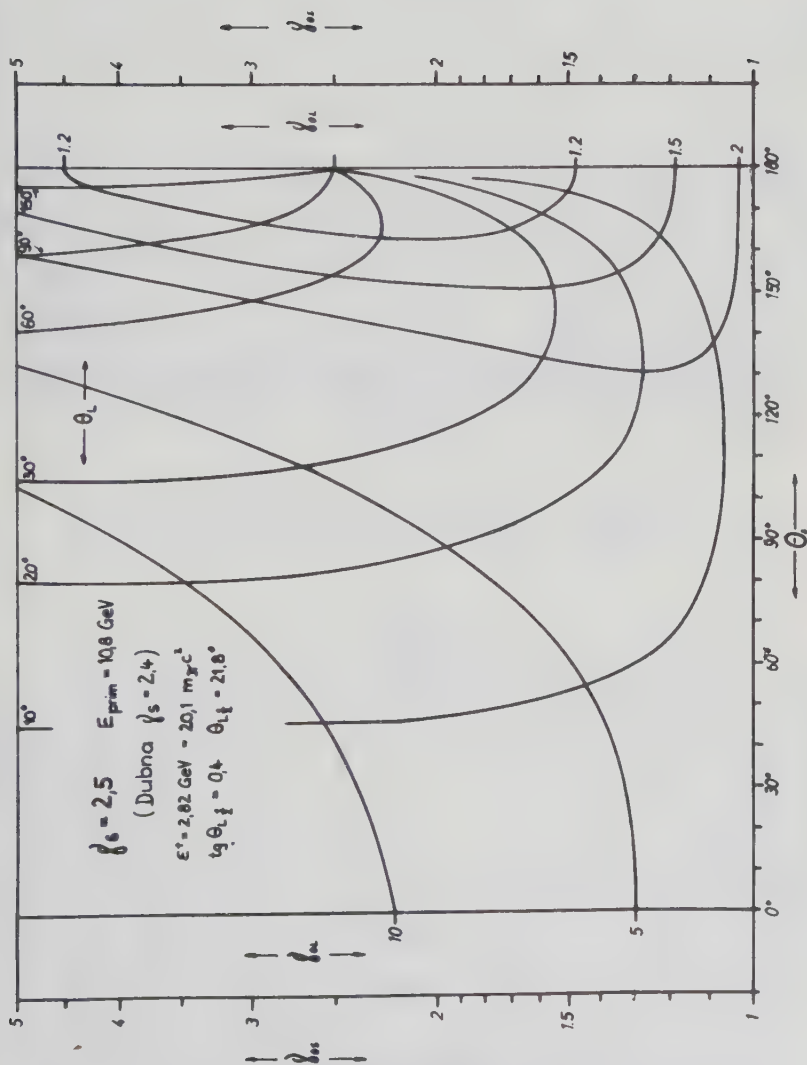
$$A 11) \quad \tg \theta_s^* = \frac{\frac{1}{\gamma_s} \sin \theta_L}{\cos \theta_L - \frac{\sqrt{\gamma_s^2 - 1}}{\gamma_s}}$$

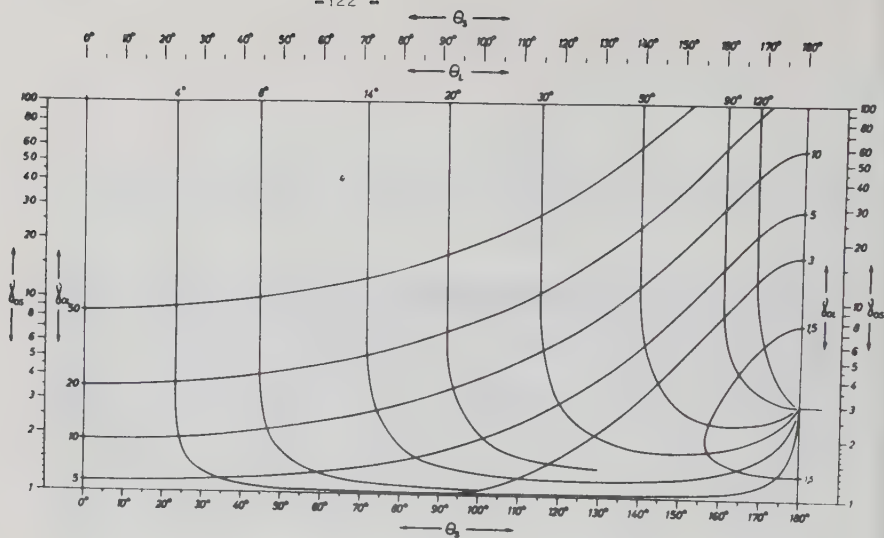
$$A 12) \quad \tg \frac{\theta_s}{2} = \gamma_s \tg \theta_L \quad \text{für } \gamma_{0s} = \gamma_s \quad \text{oder } m = 1 = \frac{\beta_s}{\beta_{0s}}$$

$$\tg \theta_{L\frac{1}{2}} = \frac{1}{\gamma_s}$$

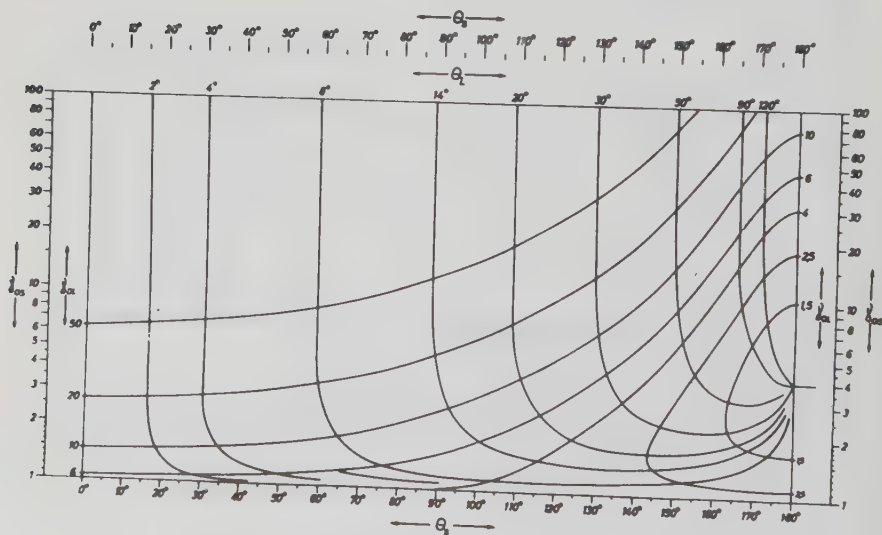
$\theta_{L\frac{1}{2}}$ = "Halbwinkel" (s. Seite 30)



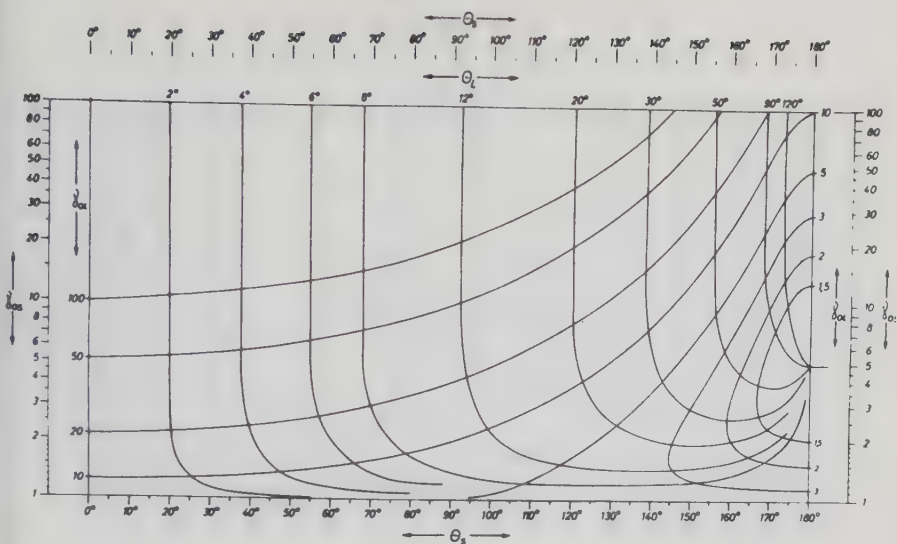




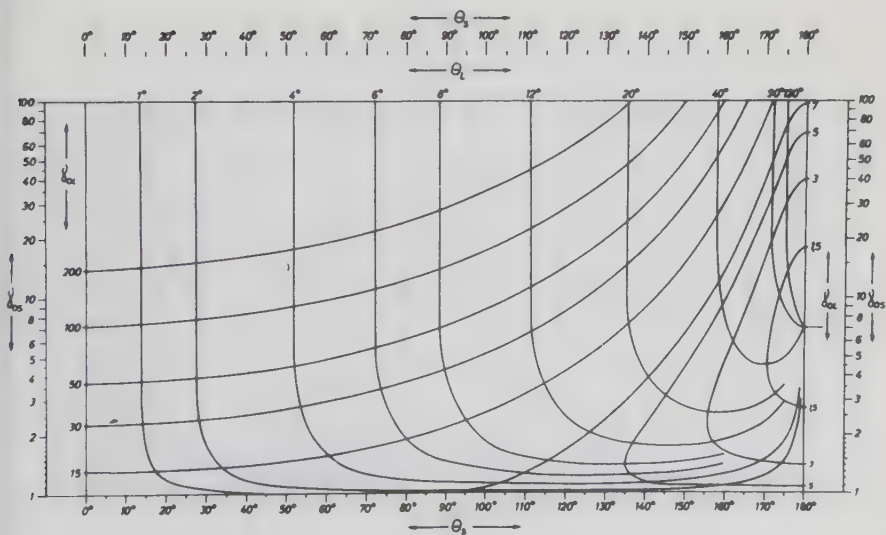
$\gamma_s = 3$, $E_{\text{prim}} = 16 \text{ GeV}$, $\varepsilon^+ = 3.75 \text{ GeV} = 26.8 m_{\pi} c^2$
 CERN $\text{tg } \theta_{L\frac{1}{2}} = 0.320$, $\theta_{L\frac{1}{2}} = 17.8^\circ$



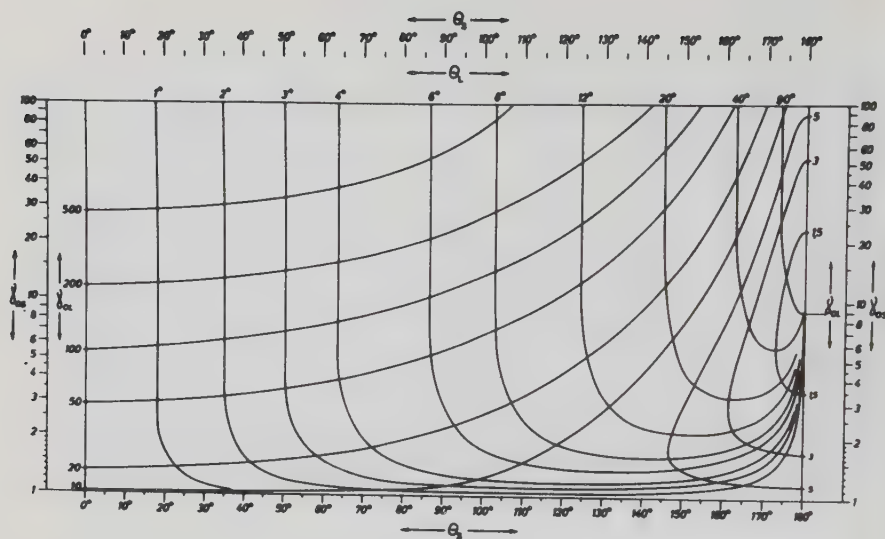
$\gamma_s = 4$, $E_{\text{prim}} = 29.1 \text{ GeV}$, $\varepsilon^+ = 5.62 \text{ GeV} = 40.1 m_{\pi} c^2$
 CERN $\text{tg } \theta_{L\frac{1}{2}} = 0.244$, $\theta_{L\frac{1}{2}} = 13.7^\circ$



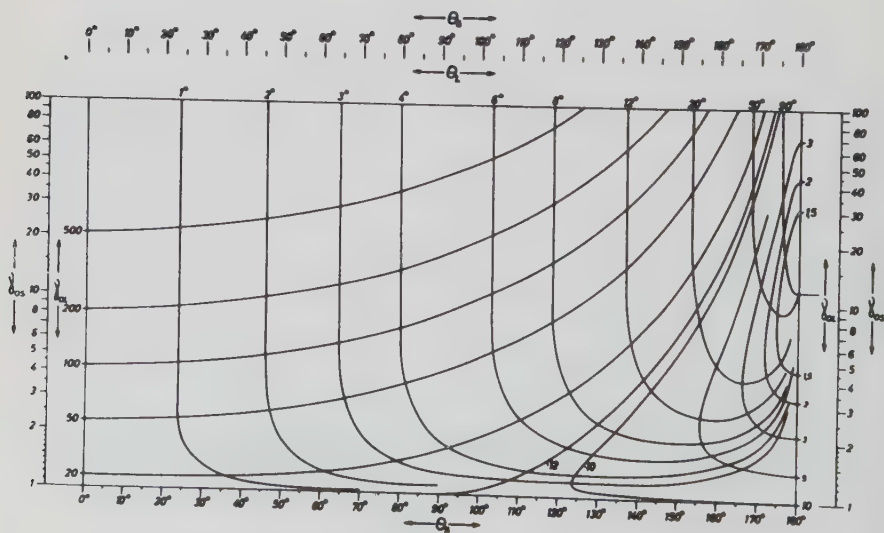
$\gamma_S = 5$, $E_{\text{prim}} = 46.0 \text{ GeV}$, $\mathcal{E}^+ = 7.5 \text{ GeV} = 53.5 m_{\pi} c^2$
 $\text{tg } \theta_{L\frac{1}{2}} = 0.197$, $\theta_{L\frac{1}{2}} = 11.2^\circ$



$\gamma_S = 7$, $E_{\text{prim}} = 91.0 \text{ GeV}$, $\mathcal{E}^+ = 11.3 \text{ GeV} = 80.3 m_{\pi} c^2$
 $\text{tg } \theta_{L\frac{1}{2}} = 0.141$, $\theta_{L\frac{1}{2}} = 8.1^\circ$



$\gamma_S = 9$ $E_{\text{prim}} = 151 \text{ GeV}$ $z^+ = 15,0 \text{ GeV} = 107 m_{\pi} c^2$
 $G_{L\frac{1}{2}} = 0,111$ $G_{L\frac{1}{2}} = 6,35'$

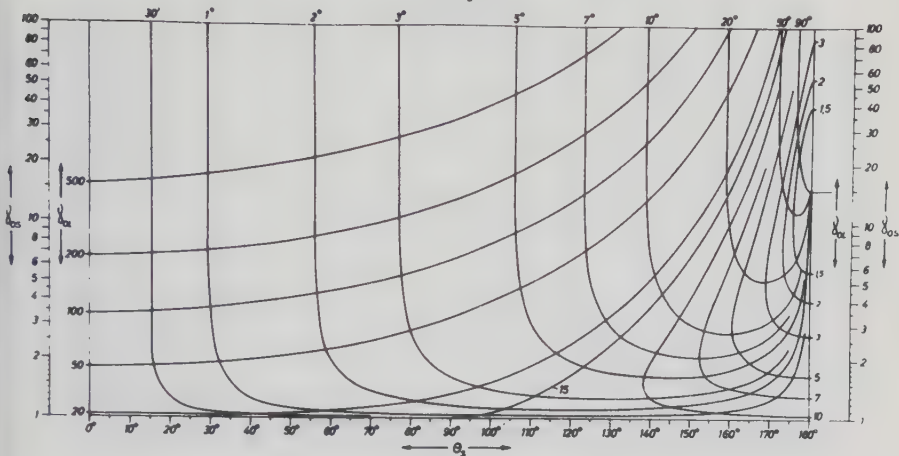


$\gamma_S = 12$ $E_{\text{prim}} = 269 \text{ GeV}$ $z^+ = 20,6 \text{ GeV} = 147 m_{\pi} c^2$
 $G_{L\frac{1}{2}} = 0,0833$ $G_{L\frac{1}{2}} = 4,77'$

$$-125 - \theta_1 \rightarrow$$



$$\theta_1 \rightarrow$$



$$\gamma_s = 15$$

$$E_{\text{prim}} = 422 \text{ GeV}$$

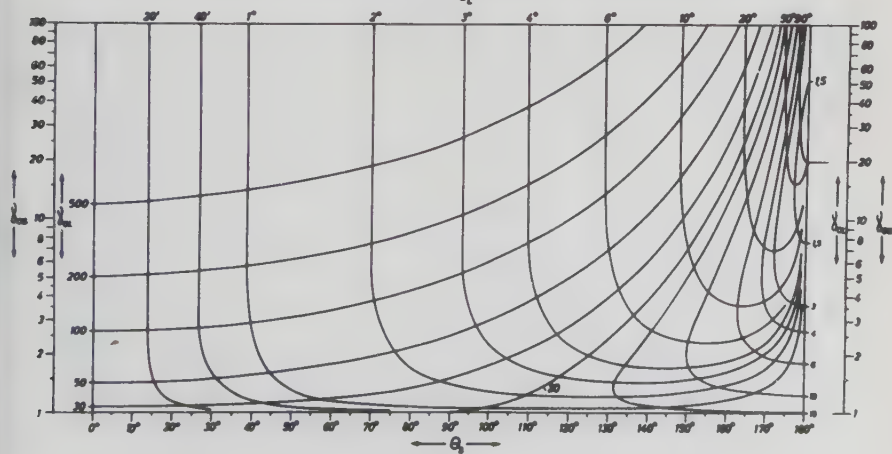
$$\varepsilon^+ = 26.2 \text{ GeV} = 187 m_{\pi} c^2$$

$$\theta_{L\frac{1}{2}} = 0.0663 \quad \theta_{L\frac{1}{2}} = 3.8^\circ$$



$$\theta_1 \rightarrow$$

$$\theta_1 \rightarrow$$

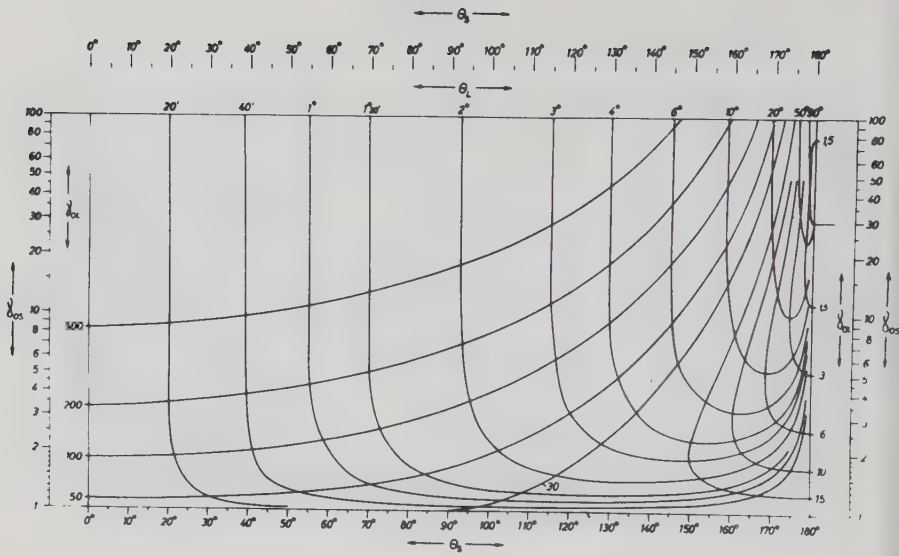


$$\gamma_s = 20$$

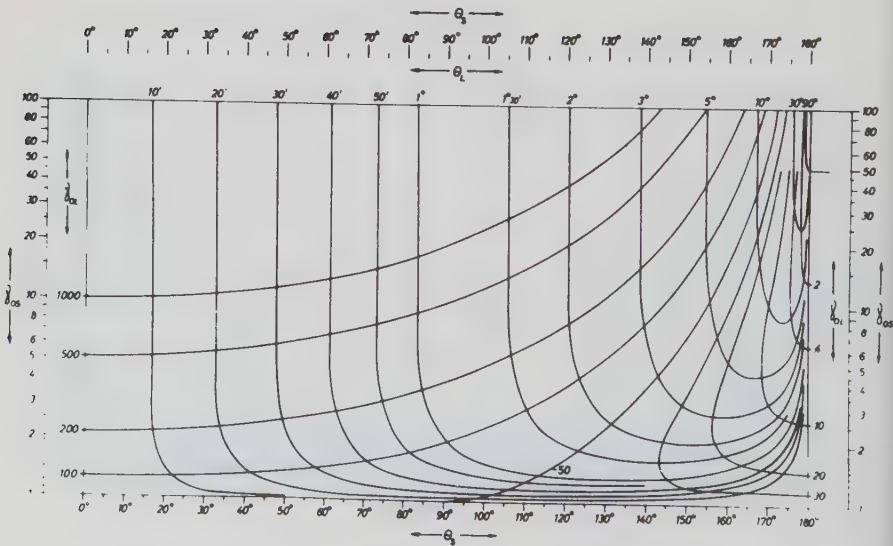
$$E_{\text{prim}} = 750 \text{ GeV}$$

$$\varepsilon^+ = 35.6 \text{ GeV} = 254 m_{\pi} c^2$$

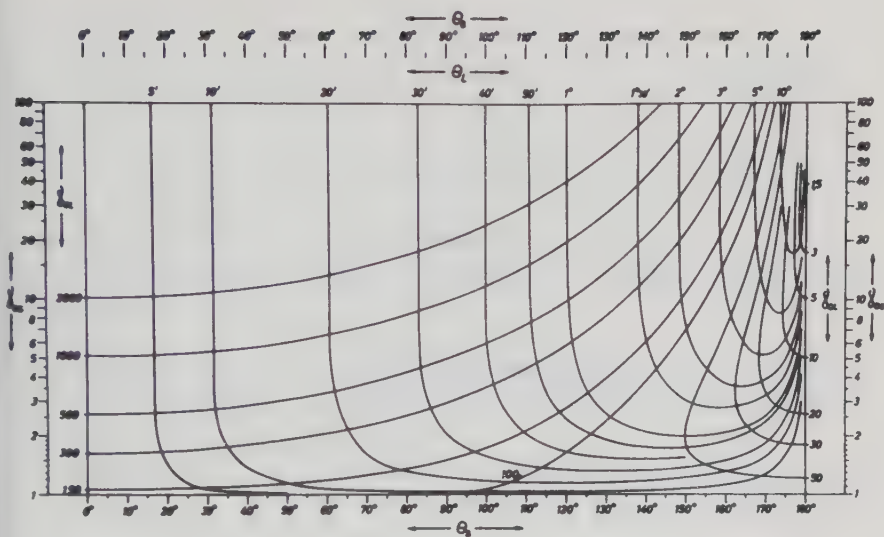
$$\theta_{L\frac{1}{2}} = 0.0506 \quad \theta_{L\frac{1}{2}} = 2.9^\circ$$



$\gamma_S = 30$ $E_{\text{prim}} = 1685 \text{ GeV}$ $\Sigma^+ = 54.4 \text{ GeV} = 388 m_{\pi} c^2$
 $\theta_{L\frac{1}{2}} = 0.0332$ $\theta_{L\frac{1}{2}} = 1.9^\circ$



$\gamma_S = 50$ $E_{\text{prim}} = 4690 \text{ GeV}$ $\Sigma^+ = 91.9 \text{ GeV} = 656 m_{\pi} c^2$
 $\theta_{L\frac{1}{2}} = 0.0201$ $\theta_{L\frac{1}{2}} = 1.15^\circ$



$$\gamma_s = 100 \quad E_{\text{prim}} = 18750 \text{ GeV} \quad \epsilon^+ = 185,2 \text{ GeV} = 1322 m_{\pi} c^2$$

$$\theta_{L\frac{1}{2}} = 0,00995 \quad \theta_{L\frac{1}{2}} = 0,57^\circ$$

3. Näherungen

In Abbildung A 2 sind die Näherungen von Gl. A 3 und A 4 für große Primärenergien mit $\gamma_s \gg 1$ aufgetragen.

Aus Gl. A 3 folgt, daß es zu jedem Winkel θ_L ein minimales $\beta_{0s \min}$ bzw. $\gamma_{0s \min}$ gibt,

$$A\ 13) \quad \gamma_{0s \min} = \sqrt{\gamma_s^2 - (\gamma_s^2 - 1) \cos^2 \theta_L} \quad \theta_L \leq 90^\circ$$

Der zugehörige Winkel $\theta_{s(\min)}$ im S-System lautet

$$\cos \theta_{s(\min)} = \frac{-\beta_{0s \min}}{\beta_s} \quad \text{Es ist immer } \theta_{s(\min)} > 90^\circ.$$

Die entsprechende Energie $\gamma_{0L(\min)}$ im L-System ist dabei immer kleiner als γ_s .

$$\gamma_{0L(\min)} = \frac{\gamma_s}{\gamma_{0s \min}}$$

Für kleine Winkel θ_L und $\gamma_s \gg 1$ wird

$$A\ 14) \quad \begin{aligned} \gamma_{0s \min} &= \sqrt{\gamma_s^2 \tan^2 \theta_L + 1} \\ \cos \theta_{s(\min)} &= -\beta_{0s \min} \\ \cotg \theta_{s(\min)} &= -\gamma_s \tan \theta_L \end{aligned}$$

Vernachlässigt man in Gleichung A 13 $\cos^2 \theta_L$ gegen $\gamma_s^2 \cos^2 \theta_L$, erhält man für große Winkel $\theta_L < 90^\circ$ und $\gamma_s \gg 1$

$$A\ 15) \quad \gamma_{0s\ min} = \gamma_s \sin \theta_L$$

Die diesen Näherungen zugehörigen Kurven sind in Abb. A 3 und A 4 wiedergegeben.

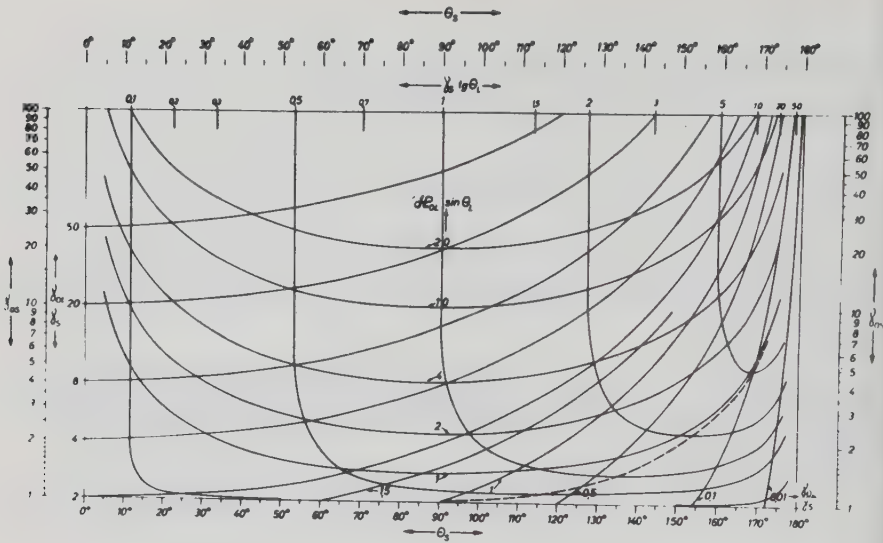
Gleichung A 15 ist mit der Beziehung identisch, die von einigen Autoren (Di 53, Be 56, Wa 56) zur Abschätzung der mittleren Sekundärenergie $\bar{\gamma}_{0s}$ benutzt wird:

$$A\ 16) \quad \bar{\gamma}_{0s} = \gamma_s \sin \theta_{L\ max}$$

Darin ist $\theta_{L\ max}$ der maximal beobachtete Emissionswinkel $\theta_L < 90^\circ$ im L-System. Es wird also der höchste, dem Schauer zuzuordnende Minimalwert der Sekundärenergie als Maß für die mittlere Sekundärenergie der Schauerteilchen genommen. (Winkel $\theta_L > 90^\circ$ treten nur für die seltenen Fälle auf, wo $m < 1$.) Das kann zwar durch Zufall einmal stimmen, ist aber ohne genauere Kenntnis des Erzeugungsspektrums und der Winkelverteilung ungerechtfertigt (Iv 57). So kann es geschehen, daß bei diesem Vorgehen dann öfter Inelastizitäten $K_s > 1$ erhalten werden (Be 56).

Setzt man in Gl. A 3 die Geschwindigkeiten β_s und β_{0s} gleich ($\frac{\beta_s}{\beta_{0s}} = 1 = m$), so geht Gl. A 3 über in

$$A\ 17) \quad \operatorname{tg} \frac{\theta_s}{2} = \gamma_s \operatorname{tg} \theta_L \quad \theta_L \leq 90^\circ$$



Näherungen für $r_s \gg 1$, $r_s = d_s$ gesetzt

$$A 4_a) \cos \theta_s = \frac{r_{OL}}{r_s \gamma_s} - 1$$

Schnittpunkte für

$$\theta_s = 0^\circ \text{ bei } \gamma_s = \frac{r_{OL}}{2 r_s}$$

$$\theta_s = 90^\circ \text{ bei } \gamma_s = \frac{r_{OL}}{r_s}$$

$$\theta_s = 180^\circ \text{ bei } \gamma_s \rightarrow \infty$$

$$A 3_a) \frac{1}{\beta_{os}} = \frac{\sin \theta_s}{r_s \tan \theta_L} - \cos \theta_s$$

Minima für $r_s \tan \theta_L = -\cotg \theta_s$
(Kurve ----)

Asymptoten für $r_s \gg 1$ bzw. $\frac{r_{os}}{r_s} = 1$

$$r_s \tan \theta_L = \tan \frac{\theta_s^*}{2}$$

(asymptotischer Winkel = θ_s^*)

$$A 5) d_o^T = d_{oL} \sin \theta_L = d_{os} \sin \theta_s \quad \text{Transversalimpulse}$$

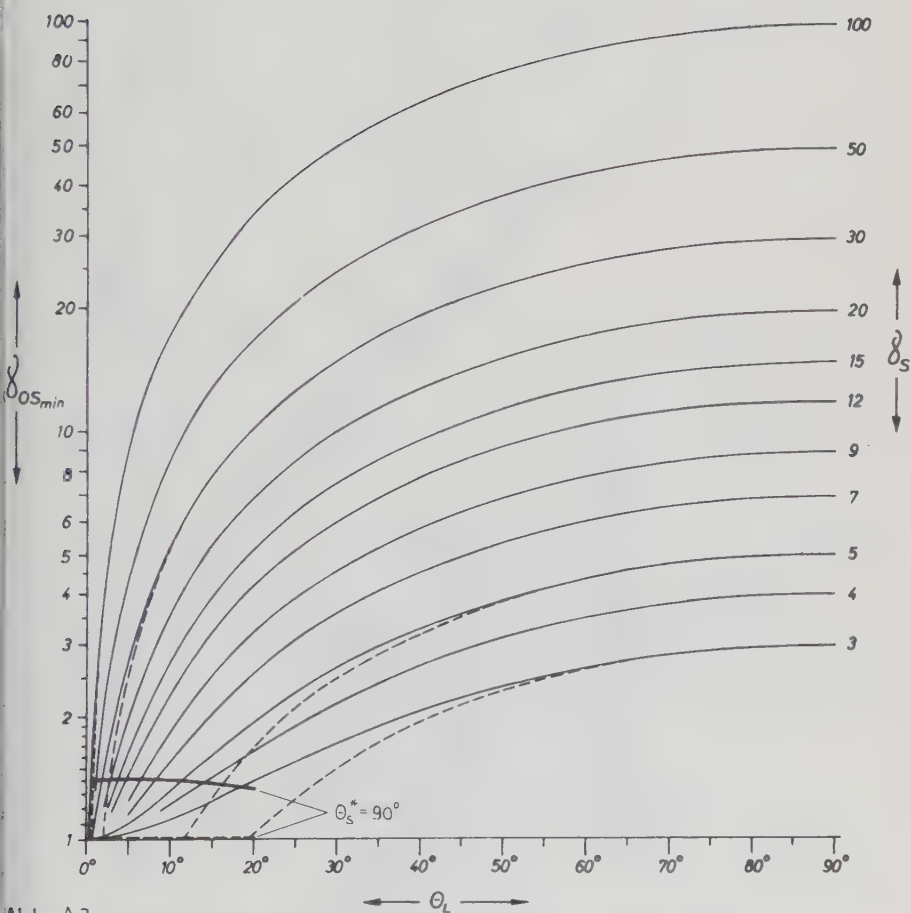
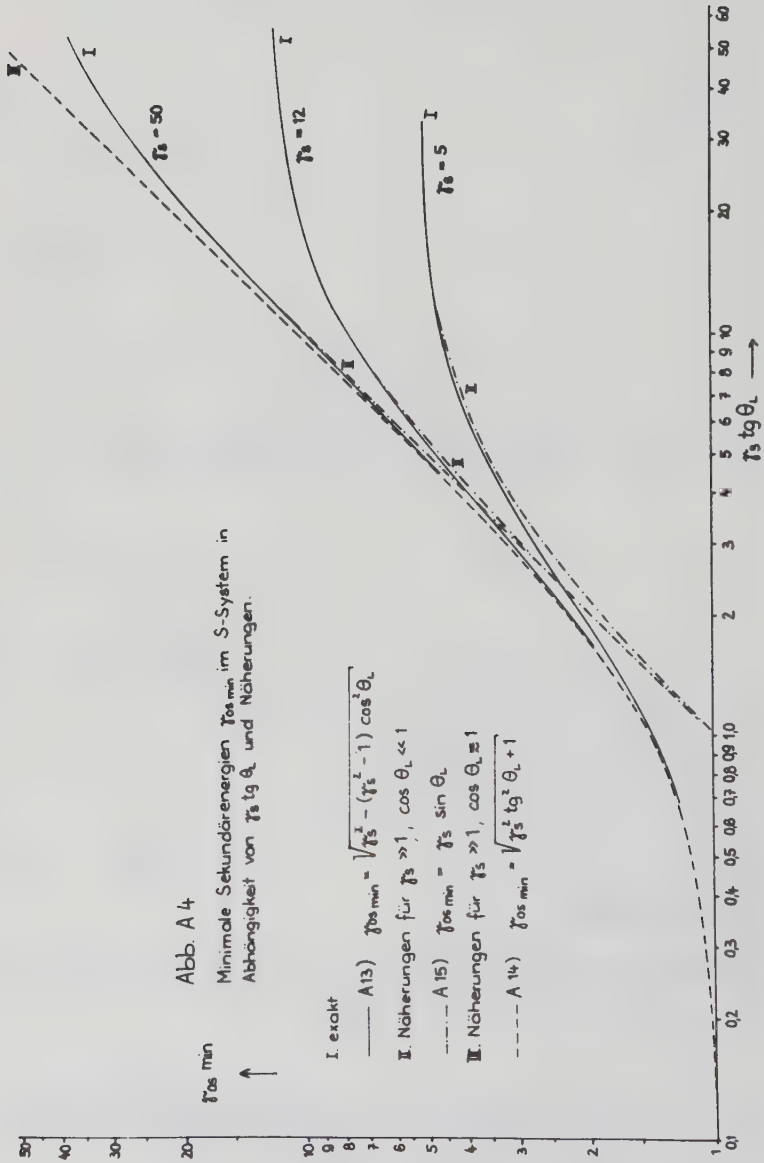


Abb. A3

Minimale Sekundärenergien $\gamma_{os \min}$ im S-System in Abhängigkeit vom Emissionswinkel θ_L im L-System für verschiedene Werte der Primärenergie γ_s .

A 13) ——— $\gamma_{os \min} = \sqrt{\gamma_s^2 - (\gamma_s^2 - 1) \cos^2 \theta_L}$

A 15) - - - - $\gamma_{os \min} = \gamma_s \sin \theta_L$



Diese Näherung unterscheidet sich im Bereich höherer Primärenergien und kleiner Winkel nur sehr wenig von den asymptotischen Winkeln θ_s^* im S-System für große Sekundärenergien $\gamma_{0s} \gg 1$. Siehe Abb. A 5.

$$A\ 18) \quad \operatorname{tg} \theta_s^* = \frac{\frac{1}{\gamma_s} \sin \theta_L}{\cos \theta_L - \frac{\sqrt{\gamma_s^2 - 1}}{\gamma_s}}$$

Da aber die Sekundärenergie γ_{0s} im Einzelfall durchaus klein relativ zur Primärenergie sein kann, darf dann Gl. A 17 nur als grobe Näherung angesehen werden. Die jeweiligen möglichen Abweichungen bei verschiedenen Primärenergien entnimmt man am besten den verschiedenen Transformationskurven für die entsprechende Primärenergie.

Auch zu diesem Zweck wurde der Kurvenkatalog angelegt. Die Näherung für $m = 1$ wird oft verwendet (siehe z.B. D1 53), doch sind ihre Eigenschaften im allgemeinen wegen der impliziten Parameter (γ_{0s} , γ_{0L}) nur schwer zu überblicken. Sie entspricht den Transformationswerten, die auf der durch den Wert $\gamma_{0s} = \gamma_s$ gehenden Parallelen zur θ_s -Achse liegen. Bei der Näherung für $\gamma_s \gg 1$ entspricht sie den asymptotischen Werten für $\gamma_{0s} \gg 1$.

Für $m = 1$ ergeben sich noch aus Gl. A 3 die Beziehungen

$$A\ 19, 20) \quad \sin \theta_s = \frac{2 \gamma_s \operatorname{tg} \theta_L}{1 + \gamma_s^2 \operatorname{tg}^2 \theta_L} \quad \cos \theta_s = \frac{1 - \gamma_s^2 \operatorname{tg}^2 \theta_L}{1 + \gamma_s^2 \operatorname{tg}^2 \theta_L}$$

$$A\ 21) \quad \frac{d \cos \theta_s}{d \cos \theta_L} = \frac{4 \gamma_s^2}{\cos^3 \theta_L (1 + \gamma_s^2 \operatorname{tg}^2 \theta_L)^2}$$

4. Verzeichnis der ausgewerteten Ereignisse

In der Tabelle A 1 sind die ausgewählten und untersuchten Ereignisse verzeichnet worden, die einfach geladene oder neutrale Primärteilchen haben.

$n_s^{\pm}$ = Anzahl der Schauerteilchen

N_h = Anzahl der Spuren mit größerer Ionisation, als dem 1,4-fachen Wert der Plateau-Korndichte entspricht ("schwere Spuren").

(Nr) L : Göttingen-München (Sardinien 1953)

Nr. L : Göttingen-München (Sardinien 1952)

TS : Padua (Sardinien 1953)

GoTe*: Göttingen (Go 53^a)

Gruppen I. und II. : Ereignisse, die für Winkelmessungen und Abschätzungen der Inelastizitäten herangezogen werden konnten.

Gruppen III. und IV: Ereignisse, die für Winkelverteilungen nicht brauchbar sind, da stärkere Verzerrungen und Neigungen der Primärteilchen ("dip"-Winkel > 40°) keine genaueren Messungen zugelassen.

γ_s = Lorentzfaktor, $E_{\text{prim}} = 2 (\gamma_s^2 - 1) M_p c^2$ = Primärenergie

γ_{SF_1} : Abgeschätzte Werte nach Li 56 für Isotropie und $m = 1$

77 γ_{SF_1} : entspräche einer Korrektur nach Gl. 13 (Seite 20). Die korrigierten Werte liegen nahe an der unteren statistischen Fehlergrenze unserer Abschätzung.

K_S : Inelastizitäten im S-System

Kennzeichnung der Ereignisse durch $n_s^{\pm} - \left\{ \begin{matrix} p \\ n \end{matrix} \right\} - N_h$

$\left. \begin{matrix} p & \text{für geladenes} \\ n & \text{für neutrales} \end{matrix} \right\}$ Primärteilchen

Ereignisse mit $n_s \geq 8$, $N_h \leq 3$

Tabelle A1

Gruppe 0 ($N_h=0$)				Gruppe $N_h \leq 3$			
$\frac{N}{n_s}$	Index	$\gamma_s n_s$	$\gamma_s n_s$	$\frac{N}{n_s}$	Index	γ_s	
10-p-0	2 L	3,5 - 4,5 - 5,7	0,77 3,46	8-p-3	L	~ 3	
10-p-0	5 L	3,9 - 5 - 6,5	3,35	8-p-2	11	~ 3	
8-p-0	S 282 L	> 5,2	(5)	8-p-3	15	~ 3	
8-p-0	8 L	4,5 - 5,7 - 7,5	4,4	13-p-3	16	~ 2	
20-p-0	Göte *	5,2 - 6,3 - 7,6	4,85	26-p-2	22	~ 3	
10-p-0	6 L	9,5 - 12,5 - 16,5	9,6	11-p-3	37	~ 3	
9-p-0	5 L	10 - 13 - 17	10				
10-p-0	1 L	11 - 14 - 18	10,8				
12-p-0	10 L	15 - 19 - 24	14,6				
9-p-0	Padua TS 4	12 - 15,5 - 20	11,9				
Gruppe $N_h (N_h \leq 3)$							
12-p-2	10 L	3,7 - 4,7 - 6	3,62	8-p-3	14	-	
21-p-2	12 L	4,2 - 5 - 6	3,85	10-p-3	19	-	
14-p-2	9 L	4,4 - 5,5 - 6,9	4,25	10-p-2	20	-	
18-p-3	26 L	4,5 - 5,5 - 6,8	4,25	8-p-1	21	-	
15-p-3	44 L	4,7 - 5,7 - 7,1	4,4	11-p-3	28	-	
13-p-1	10 L	7 - 9 - 11	6,9	8-p-2	29	-	
				12-p-2	31	-	
				12-p-1	33	-	
				8-p-1	40	-	
					42	-	
					43	-	
Gruppe $N_h (N_h \leq 3)$							
10-p-3	Padua TS 7	2,3 - 3 - 3,8	2,3				
10-p-3	TS 3	2,9 - 3,7 - 4,8	2,85				
8-p-1	TS 6	2,8 - 3,8 - 5,1	2,93				
10-p-3	TS 1	5,2 - 6,7 - 8,7	5,15				
10-p-1	TS 5	5,4 - 6,9 - 8,9	5,3				
9-p-2	TS 9	12 - 15 - 19	11,5				

III

IV

5. Transformationsdiagramm eines vermessenen Schauers

In das Transformationsdiagramm der Abb. A 6 sind die Meßwerte von Ereignis L 6 eingetragen worden. (Siehe auch Tabelle A 1, Abb. 1 und Li 56.)

-  : aus Streumessungen erhaltene Werte der Energien
-  : aus Streumessungen erhaltene untere Grenzwerte der Energien
-  : Bereich des S-Systems, in den π - Mesonenenergien $\gtrsim 7$ GeV fallen
-  : Bereich des S-Systems, in den diejenigen Schauerteilchen fallen, deren Energie im L-System $\lesssim 210$ MeV sind. Die dort eingetragenen unteren Grenzwerte der Energie ergeben sich aus der relativen Korndichte der Schauerspuren.

Hier wurden alle Schauerteilchen als π - Mesonen angesehen.

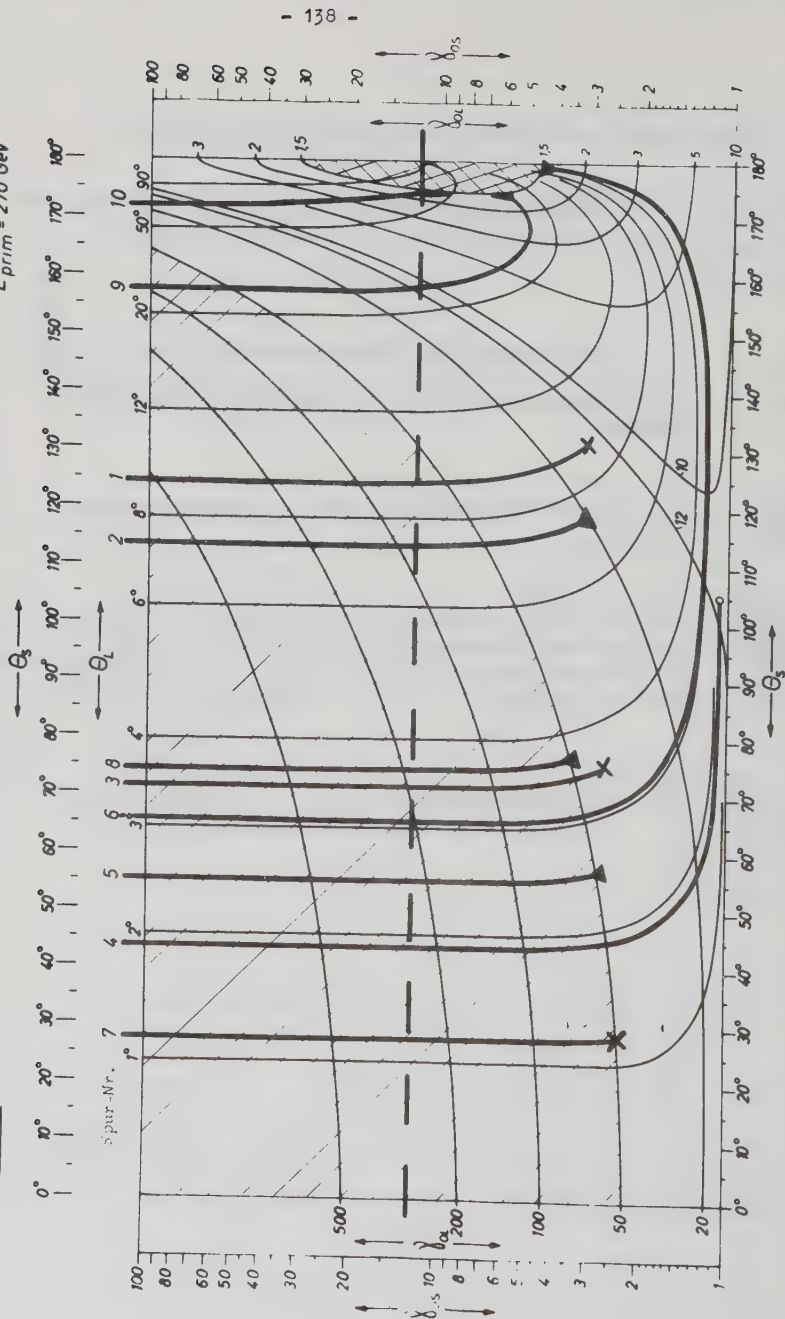
10 p - 0

Ergebnis

Nr. 6

$$j_s = 12, n_{s\pi\max} = 14.7$$

$$E_{\text{prim}} \approx 270 \text{ GeV}$$



6. Meßfehler

6. a. Meßfehler bei der Bestimmung der Anzahl von Schauerteilchen

Nur, wenn Ereignisse sehr flach und in der Mitte der Emulsionsschicht liegen, kann die Anzahl der Schauerspuren genau bestimmt werden. Dann sind die Spuren genügend lang, um genauere Messungen zuzulassen. Daraus, daß die Richtung der Spuren in den Emulsionen verschieden steil, und sie selber verschieden lang sind, ergibt sich eine Unsicherheit von im Mittel $\approx 10\%$ in der Anzahl bestimmter Schauerspuren. An den kurzen Spuren kann die Korndichte nämlich nur grob geschätzt werden. Siehe Abb. A 7. (Siehe zur Bestimmung der Korndichten auch Li 56.) Aus der Anzahl der während der genaueren Analyse neu gefundenen Spuren ergibt sich eine Verlustrate $< 2\%$.

6. b. Meßfehler bei der Winkelmessung

Auf die Winkelmessung in Emulsionen hat die beim Fixierprozeß einsetzende Schrumpfung wesentlichen Einfluß.

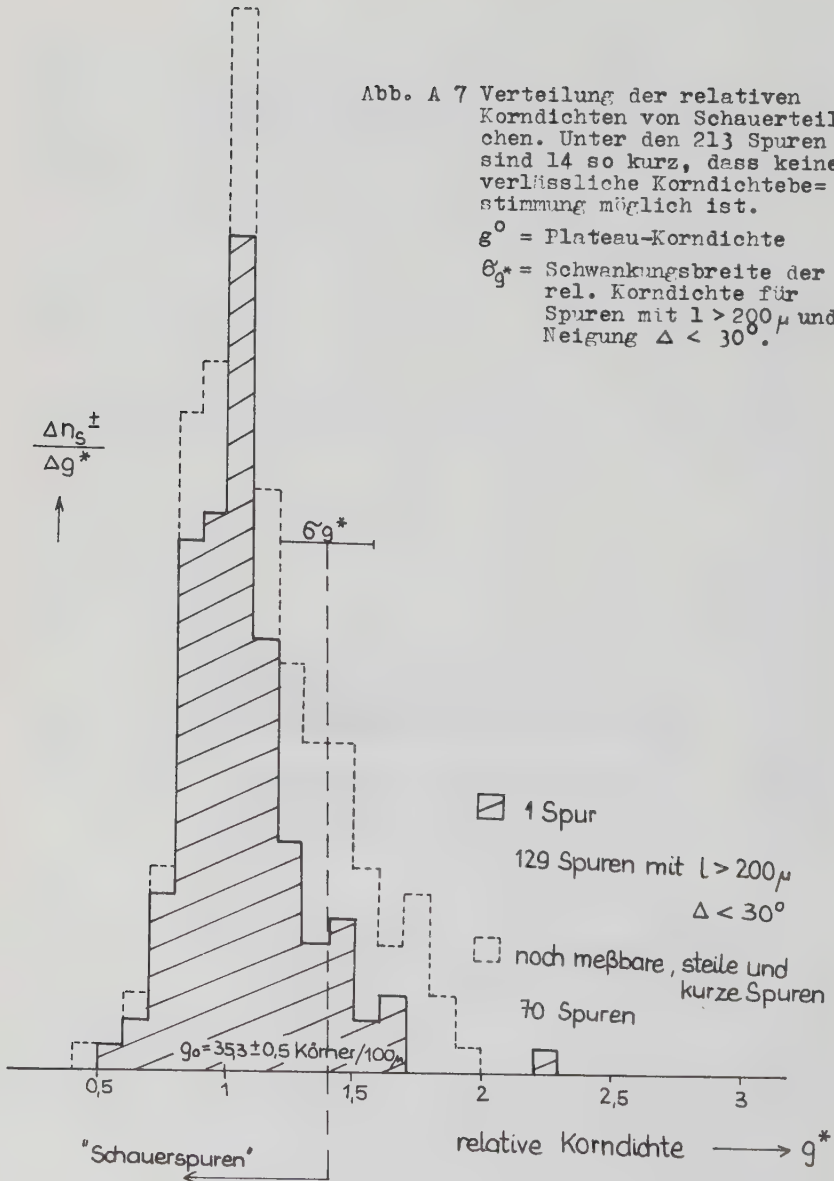
Aus der mehrfachen Messung an sieben Ereignissen, deren Primärrichtung kleinere Neigungswinkel als $\Delta < 40^\circ$ gegen die Emulsionsebene haben, erhielten wir folgende Fehlerabschätzung. Dabei wurden alle Spuren gegen die Richtung des Primärteilchens gemessen.

im Bereich	Anzahl der Spuren $n_s \pm$	$\frac{\Delta \theta_L}{\theta_L}$
θ_L $> 60^\circ$	2	$\approx 5 \%$
$40^\circ - 60^\circ$	8	$\approx 10 \%$
$20^\circ - 40^\circ$	16	$\approx 10 \%$
$10^\circ - 20^\circ$	20	$\approx 10 \%$
$5^\circ - 10^\circ$	19	$\approx 10 \%$
$2^\circ - 5^\circ$	10	$\approx 20 \%$
$1^\circ - 2^\circ$	8	$\approx 50 \%$
$< 1^\circ$	nicht mehr meßbar	

Abb. A 7 Verteilung der relativen Korndichten von Schauerteilchen. Unter den 213 Spuren sind 14 so kurz, dass keine verlässliche Korndichtebestimmung möglich ist.

g^0 = Plateau-Korndichte

σ_{g^*} = Schwankungsbreite der rel. Korndichte für Spuren mit $l > 200 \mu$ und Neigung $\Delta < 30^\circ$.



Literaturereignisse mit $n_s^{\pm} \geq 8$; $N_h \leq 3$

Tabelle A2

Gruppe 0 ($N_h=0$)					Gruppe N_h ($N_h \leq 3$)				
$n_s^{\pm}$ Zitat Laboratorium	γ_s	Zitat	Gi 60a		$n_s^{\pm}$ Zitat Laboratorium	γ_s	Zitat	Gi 60a	
16 - p-0	Berlin	30	22		16 - p-2	Alma Ata	52	14	
15 - p-0	"	36	23		14 - n-2	"	78	5	
19 - p-0	Bern	4,5	} Lo 57		24 - n-3	Berlin	37	36	
12 - p-0	"	8,6			36 - p-3	Bern	19	} Lo 57	
8 - p-0	Bristol	33	Pe 60a		11 - p-1	"	30		
16 - p-0	"	33		26	29 - p-1	"	34		
18 - p-0	"	40		7	23 - p-1	"	45		
11 - n-0	"	59		9	11 - p-1	Bristol	112	25	
32 - p-0	"	67		35					
22 - p-0	"	68	Ed 58	44					
11 - p-0	"	113	Pe 60a		~ 50 p - ≤ 3	"	~ 7,5	} Ed 58 aus Dia- gramm	
20 - n-0	Chikago	25	} Sc 59		~ 43 p	"	~ 7,5		
20 - p-0	"	35			~ 32 p	"	~ 7,5		
32 - p-0	"	50	} Pe 60a		~ 20 p	"	~ 7,5		
22 - p-0	"	59			~ 10 p	"	~ 7,5		
					~ 12 p	"	~ 17		
16 - p-0	Krakau	34	24		8 - p-1	Budapest	33	Fe 59	
18 - p-0	"	39	13		15 - p-2	Chikago	75	Sc 55	
9 - p-0	Moskau	29	4		52 - p-3	"	122	Pe 60a	
14 - n-0	Ottawa	30	} Mc 59	27	18 - p-3	Krakau	30	8	
36 - p-0	"	45		40	21 - p-1	"	35	34	
17 - p-0	Prag	46	20		14 - p-3	Leningrad	79	16	
10 - p-0	Rom	4,3	Ca 53		43 - p-3	Moskau	37	33	
13 - p-0	Warschau	64	21		10 - p-1	"	236	1	
					11 - n-3	Prag	28	12	
					35 - p-3	Rochester	99	Mc 59	37
					9 - p-3	Rom	3,1	} Ca 53	
					13 - p-3	"	4,3		
					23 - p-4	"	5,5		
					10 - p-2	"	5,8		
					13 - p-3	"	5,9		
					39 - p-3	Turin	51	De 56a	39
					10 - p-2	Warschau	30	6	

7. Verzeichnis der in der Literatur angegebenen Ereignisse

In der Tabelle A 2 sind die in der Literatur aufgeführten Ereignisse, die den gleichen Auswahlbedingungen ($n_s \geq 8$, $N_h \leq 3$) wie in Tab. A 1 genügen, verzeichnet worden. Für die angegebenen Werte γ_s gilt folgendes: Steht unter der Spalte Gi 60^a eine Zitatnummer, entspricht der angegebene γ_s -Wert dem im Bericht Gi 60^a angegebenen. Sonst gilt der angegebene Wert für das beschriebene Zitat.

Literaturhinweise

Benützte Abkürzungen:

- JETP : Englische Übersetzung von Zh. eksper. teor. Fiz. (russ.)
 JINR : Bericht des "Joint Institut for Nuclear Research" (Dubna)
 INSJ : Bericht des "Institute for Nuclear Study" (Tokio)
 PAN : Bericht der "Polska Akademia Nauk" (Warschau)

- Al 58 K.I. Alekseeva, N.L. Grigorov, Zh. eksper. teor. Fiz. 35
 (1958) 599 russ.
 Al 60 H.H. Aly, C.M. Fisher. Nuovo Cim. 17 (1960) 98
 Am 57 S. Amal, H. Fukuda, C. Iso, M. Sato. Progr. Theor. Phys.
17 (1957) 241
 As 60 A. Ashmore, G. Cocconi, A.N. Diddens, A.M. Wetherell.
 Phys. Rev. Lett. 5 (1960) 576
 Aw 60 E.R.T. Awunor-Renner, L. Blaskovitch, B.R. French,
 C. Ghesquière, I.B. de Minevielle-Devaux, W.W. Neale,
 C. Pelletier, P. Rivet, A.B. Sahiar, I.O. Skillicorn.
 Nuovo Cim. 17 (1960) 134
 Ba 57 W.H. Barkas, R.W. Birge, W.W. Chupp, A.G. Ekspog,
 G. Goldhaber, S. Goldhaber, H.H. Heckmann, D.H. Perkins,
 J. Sandweiss, E. Segré, F.M. Smith, D.H. Stork, L. van
 Rossum, E. Amaldi, G. Baroni, C. Castagnoli,
 C. Franzinetti, A. Manfredini. Phys. Rev. 105 (1957) 1037
 Ba 58 V.S. Barashenkov, V.A. Belyakov, E.G. Bubelev, Wang-shon-
 feng, V.M. Maltsev, Ten Gyn, K.D. Tolstov. Nucl. Phys.
9 (1958) 74
 Ba 59^a V.S. Barashenkov, Huang Nyang-ning, JINR, p-277 (1959)
 siehe auch Zh. eksper. teor. Fiz. 36 (1959) 832
 Ba 59^b V. Barashenkov, V.M. Maltsev. JINR, p-433 (1959)
 V. Barashenkov, V.M. Maltsev, E.C. Mihul. JINR,
 p-349 (1959)
 Ba 59^c G.Z. Bayatian, I.M. Gramenitsky, A.A. Nomofilov, M.I.
 Podgoretsky, E.S. Skzhipchak. Zh. eksper. teor. Fiz. 36
 (1959) 690 russ.

- Ba 60^a V.S. Barashenkov, V.A. Belyakov, V.V. Glagolev, N. Dalkhazav, Yao Tsung Se, L.F. Kirillova, R.M. Lebedev, V.M. Maltsev, P.K. Markov, M.G. Shafranov, K.D. Tolstov, E.N. Tsyganov, Wang-shon-feng. Nucl. Phys. 14 (1960) 522
- Ba 60^b I. Bartke, P. Ciok, J. Gierula, R. Holinski, M. Miesowicz, T. Saniewska. Nuovo Cim. 15 (1960) 18
- Be 55^a S.S. Belenki, L.D. Landau. Fortschr. d. Phys. 3 (1955) 536
- Be 55^b A. Bethe, F. de Hoffmann. Mesons and Fields. Evanstone 111. White Plains N.Y. (1955)
- Be 56 G. Bertolino. Nuovo Cim. 3 (1956) 141
- Be 58 S.S. Belenki, V.M. Maksimenko, A.I. Nikisov, I.L. Rosental Fortschr. d. Phys. 6 (1958) 524
- Bi 59 N.G. Birger, Yu.A. Smorodin. Zh. eksper. teor. Fiz. 37 (1959) 1355 russ.
- Bl 56 D.I. Blochincev. CERN-Symposium on High Energy Accelerators (1956) Genf p. 155
- Bl 59 D.I. Blochincev, V.S. Barashenkov, B.M. Barbasov. Nuovo Cim. 12 (1959) 602
- Bo 53 A. Borsellino. Phys. Rev. 89 (1953) 1023
- Bo 58 E.G. Boos, A.H. Winnickij, Z.S. Takibaev, I.J. Casnikov. JETP 34 (1958) 622
- Bo 59 G. Bozoki, E. Gombosi. Nucl. Phys. 9 (1959) 400
- Bo 60^a N.P. Bogachev, S.A. Bunyatov, I.M. Gramenitsky, V.B. Lyubimov, Yu. Merekov, M.I. Podgoretsky, V.M. Sidorov, D. Tuvdendorzh. JETP 37 (1960) 872
- Bo 60^b E.G. Boos, Z.S. Takibaev. JETP 11 (1960) 920
- Br 49^a R.H. Brown, U. Camerini, P.H. Fowler, H. Muirhead, C.F. Powell, D.M. Ritson. Nature Lond. 163 (1949) 47
- Br 49^b R.H. Brown, U. Camerini, P.H. Fowler, H. Heitler, D.T. King, C.F. Powell. Phil. Mag. 40 (1949) 862
- Br 50 H.L. Bradt, M.F. Kaplon, B. Peters. Helv. Phys. Act. 23 (1950) 24
- Br 56^a F. Brisbout, C. Dahanayake, A. Engler, Y. Frujimoto, D.H. Perkins. Phil. Mag. 1 (1956) 605
- Br 56^b F. Brisbout, F.C. Dahanayake, A. Engler, P. Fowler, P. Jones. Nuovo Cim. 3 (1956) 1400
- Bu 59 I. Burmeister, K. Lanius, H.W. Meier, Nuovo Cim. 11 (1959) 12

- Ca 52 U. Camerini, W.O. Lock, D.H. Perkins. Progr. in Cosmic Ray Physics, North Holland Publ. Co. Amsterdam (1952)
- Ca 53 C. Castagnoli, G. Cortini, C. Franzinetti, A. Manfredini, D. Moreno. Nuovo Cim. 10 (1953) 1539
- Ce 59^a International Conference on High Energy Accelerators and Instrumentation, CERN (1959) Genf.
- Ce 60 CERN-Ergebnis, priv. Mitteilung
- Ce 59^b F. Cerulus. Nuovo Cim. 14 (1959) 827
- Ch 56 O. Chamberlain, W.W. Chupp, G. Goldhaber, E. Segré, G. Wiegand, E. Amaldi, G. Baroni, C. Castagnoli, C. Franzinetti, A. Manfredini. Phys. Rev. 101 (1956) 909
- Ch 58 B. Chamany, A.G. Barkov. Nuovo Cim. 2 (1958) 590
- Ch 59 O. Chamberlain, G. Goldhaber, L. Jauneau, T. Kalogeropoulos, E. Segré, R. Silberberg. Phys. Rev. 113 (1959) 615
- Ci 57 P. Ciok, M. Danysz, J. Gierula, A. Jurak, M. Miesowicz, J. Pernegr, J. Vrana, W. Wolter. Nuovo Cim. 6 (1957) 1409
- Ci 58^a P. Ciok, T. Coghen, J. Gierula, R. Holynsky, A. Jurak, M. Miesowicz, T. Saniewska, J. Pernegr. Nuovo Cim. 10 (1958) 741
- Ci 58^b P. Ciok, T. Coghen, J. Gierula, R. Holynsky, A. Jurak, M. Miesowicz, T. Saniewska, O. Stanis, J. Pernegr. Nuovo Cim. 8 (1958) 166 und PAN 30/VI (1958)
- Cl 57 G. Clark, J. Earl, W. Kraushaar, J. Linsley, B. Rossi, F. Scherb. Nature Lond. 180 (1957) 353, 406
- Co 58 G. Cocconi. Phys. Rev. 111 (1958) 1699
- Co 60 V.T. Cocconi, T. Fazzini, G. Fidecaro, M. Legros, N.H. Lipman, A.W. Merrison. Phys. Rev. Lett. 5 (1960) 19
- Cr 56 M. Cresti, W.D.B. Greening, L. Guerriero, A. Loria, G. Zago, M. Deutschmann, Nuovo Cim. 4 (1956) 747
- Cz 59 W. Czyz, J. Erikson, S. Glashow. Nucl. Phys. 13 (1959) 56
- Da 52 R.R. Daniel, J. Davies, J.H. Mulvey, D.H. Perkins. Phil. Mag. 43 (1952) 753
- Da 54 J. Davies, C. Franzinetti. Nuovo Cim. Suppl. 12 (1954) 480
- Da 59^a M.I. Daion, V.Kh. Volynskij. Zh. eksper. teor. Fiz. 37 (1959) 906 russ.
- Da 59^b R.R. Daniel, N. Kameswara Rao, P.K. Malhotra, Y. Tsuzuki. Nuovo Cim. 16 (1960) 1
- Da 60 G. von Dardel, D.H. Frisch, R. Mermod, R.H. Milburn, P.A. Piroué, M. Vivargent, G. Weber, K. Winter, Phys. Rev. Lett. 5 (1960) 333

- De 56^a A. Debenedetti, C.M. Garelli, L. Tallone, M. Vigone.
Nuovo Cim. 4 (1956) 1142
- De 56^b A. Debenedetti, C.M. Garelli, L. Tallone, M. Vigone.
Nuovo Cim. 4 (1956) 1151
- Di 53 C.C. Dilworth, S.J. Goldsack, T.F. Hoang, L. Scarsi.
Nuovo Cim. 10 (1953) 1261; Nuovo Cim. 11 (1954) 424
- Du 54 N.M. Duller, W.D. Walker. Phys. Rev. 93 (1954) 215
- Du 60 J. Duthie, C. Fisher, P. Fowler, A. Kaddoura, D.H.
Perkins, K. Pinkau, W. Wolter. Preprint (1960) Bristol
- Ed 58 B.J. Edwards, J. Losty, K. Pinkau, D.H. Perkins,
J. Reynolds. Phil. Mag. 3 (1958) 237
- Em 57 A.A. Emelyanov, I.L. Rosental. Zh. eksper. teor. Fiz. 33
(1957) 808 russ.
- Em 60 A.A. Emelyanov, I.L. Rosental. Zh. eksper. teor. Fiz. 38
(1960) 194
- En 54 A. Engler, U. Haber-Schaim, W. Winkler. Nuovo Cim. 12
(1954) 930
- Ez 57 H. Ezawa, Y. Tomozawa, H. Umezawa. Nuovo Cim. 5 (1957)
810
- Ez 59 H. Ezawa. Nuovo Cim. 11 (1959) 745
- Fa 55 H. Fay. Zeitschr. f. Naturf. 10 (1955) 572
- Fa 56 H. Fay. Dissertation (1956) Göttingen
- Fa 60 F.J.M. Farley. Nuovo Cim. 16 (1960) 209
- Fe 50 E. Fermi. Progr. Theor. Phys. 5 (1950) 570
- Fe 51^a E. Fermi. Phys. Rev. 81 (1951) 683
- Fe 51^b I.L. Feinberg, D.S. Tschernavski. Dokl. Akad. Nauk.
SSSR 81 (1951) 795 russ.
- Fe 53 I.L. Feinberg, D.S. Tschernavski. Dokl. Akad. Nauk.
SSSR 91 (1953) 511 russ.
- Fe 59 E. Fenyves, E. Gombosi, P. Suranyi. Nuovo Cim. 11
(1959) 21
- Fi 60 Dr. Filthuth (1960) CERN, priv. Mitteilung
- Fi 61 M. Fidecaro, G. Gatti, G. Giacomelli, W.A. Love,
W.C. Middelkoop, T. Yamagata. Nuovo Cim. 19 (1961) 382
- Fo 50 P.H. Fowler. Phil. Mag. 41 (1950) 169
- Fo 53 W.B. Fowler, R.P. Shutt, A.M. Thorndike, W.L. Whittmore.
Phys. Rev. 91 (1953) 758
- Fo 56 W.B. Fowler, G. Maenchen, W.M. Powell, G. Saphir,
R.W. Wright. Phys. Rev. 101 (1956) 911

- Fo 58 P. Fowler, P.S. Freier, C. Lattes, E.P. Ney, D.H. Perkins. Notas de Fisica 4 (1958) 9
- Fr 53 P. Freier, J. Naugle. Phys. Rev. 92 (1953) 1086
- Fr 60 E.M. Friedländer. Nucl. Phys. 21 (1960) 220
- Fu 36 L. Fussel jr. Phys. Rev. 51 (1936) 1005
- Ge 60 N.M. Gerasimova, G.T. Zatzpin. JETP 11 (1960) 899
- Gi 60^a J. Gierula, M. Miesowicz, P. Zielinski. Nuovo Cim. 18 (1960) 102
- Gi 60^b J. Gierula, D.M. Haskin, E. Lohrmann. Preprint (1960) Chikago
- Go 53^a K. Gottstein, W.M. Teucher. Zeitschr. f. Naturf. 8^a (1953) 120
- Go 53^b K. Gottstein. In Heisenberg, Kosmische Strahlung, Springer (1953) Berlin-Göttingen-Heidelberg p. 495
- Go 55 K. Gottstein. Nuovo Cim. 1 (1955) 284
- Co 59^a T. Gozani, K. Sitte. Nuovo Cim. 11 (1959) 26
- Go 59^b G. Goldhaber, W.B. Fowler, S. Goldhaber, T.F. Hoang, T.E. Kalogeropoulos, W. Powell. Phys. Rev. Lett. 3 (1959) 181
- Gr 56 K. Greisen. Progress in Cosmic Ray Physics, Vol. 3 (1956) North Holland Publ. Co. Amsterdam
- Gr 58 N.L. Grigorov, V.S. Muzin, I.D. Rapoport. Zh. eksper. teor. Fiz. 34 (1958) 506 russ.
- Gr 59 M. Gribi, F. Heinrich, H. Loeliger, J.M. Pictet, A. Rytz, H. Wäffler, M. Walter. Helv. Phys. Acta 32 (1959) 213
- Gu 58 I.I. Gurevich, A.P. Misakova, B.A. Nikolski, L.V. Surkova. Zh. eksper. teor. Fiz. 34 (1958) 265 russ.
- Ha 56 U. Haber-Schaim. Nuovo Cim. 4 (1956) 669
- Ha 58 S. Hasegawa. INSJ 13 (1958) Tokio
- Ha 60^a R. Hagedorn. Nuovo Cim. 15 (1960) 434
- Ha 60^b R. Hagedorn. Preprint CERN (1960)
- Ha 60^c L.F. Hansen, W.B. Fretter. Phys. Rev. 118 (1960) 812
- Hä 56 F.D. Hänni, C. Lang, M. Teucher, H. Winzeler, E. Lohrmann. Nuovo Cim. 4 (1956) 1473
- He 36 W. Heisenberg. Z. Phys. 101 (1936) 533
- He 39 W. Heisenberg. Z. Phys. 113 (1939) 61
- He 42 W. Heitler, H. Peng. Proc. Cambridge Phil. Soc. 38 (1942) 296

- He 44 W. Heitler. The Quantum Theory of Radiation, Oxford (1944)
- He 49 W. Heisenberg. Z. Phys. 126 (1949) 569
- He 50 W. Heitler, L. Janossy. Helv. Phys. Acta 23 (1950) 417
- He 52 W. Heisenberg. Z. Phys. 133 (1952) 65, siehe auch Kosmische Strahlung, Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg (1953)
- He 58 W. Hess. Rev. Mod. Phys. 30 (1958) 368
- Ho 51 V.D. Hopper, S. Biswas, I.F. Darby. Phys. Rev. 84 (1951) 457
- Ho 53 T.F. Hoang. Journ. de Phys. 14 (1953) 395
- Ho 59 N. Horwitz, D. Miller, J. Murray, R. Tripp. Phys. Rev. 115 (1959) 472
- Is 59 C. Iso, M. Namiki. Nuovo Cim. 11 (1959) 440
- Iv 57 I. Ivanovskaya, D. Chernavsky. Nukl. Phys. 4 (1957) 29
- Ja 59^a P.L. Jain, M. Teucher, E. Lohrmann. Phys. Rev. 115 (1959) 643
- Ja 59^b P.L. Jain, H.C. Glahe. Phys. Rev. 116 (1959) 458
- Jo 60 B.L. Joffé. Physikal. Abh. a. d. Sowjetunion, Neue Folge 3 (1960) 326
- Ka 52 M.F. Kaplon, D.M. Ritson. Phys. Rev. 88 (1952) 386
- Ka 54 M.F. Kaplon, W.D. Walker, M. Koshiba. Phys. Rev. 93 (1954) 326, 1424
- Ka 55 M.F. Kaplon, M. Koshiba. Phys. Rev. 97 (1955) 193
- Ka 58 S. Kaneko, M. Okazaki. Nuovo Cim. 8 (1958) 521
- Ka 59 R.M. Kalbach, J.J. Lord, C.H. Tsao. Phys. Rev. 113 (1959) 330
- Kb 60 Kopenhagener Bericht 1960, priv. Mitteilung an K. Gottstein
- Kh 54 V.T. Khozyainov. Zh. eksper. teor. Fiz. 27 (1954) 445 russ.
- K1 58 D.T. King. Phys. Rev. 109 (1958) 1344
- K1 59 High Energy Conference, Kiew (1959)
- Ko 55 M. Koshiba, M.F. Kaplon. Phys. Rev. 97 (1955) 193
- Ko 58 Z. Koba, S. Takagi. Nuovo Cim. 10 (1958) 755
- Ko 59^a Z. Koba, S. Takagi. Fortschr. d. Phys. 7 (1959) 1
- Ko 59^b N.M. Kocharian, G.S. Saakian, Z.A. Kirakosian. JETP 35 (1959) 933

- Ko 59^c G.I. Kopylov. Zh. eksper. teor. Fiz. 36 (1959) 1598 russ.
- Ko 59^d N.I. Kostanashvili, O.A. Shakhulashvili. JETP 36 (1959) 713
- Ko 60 Z. Koba. Nuovo Cim. 18 (1960) 608
- Kr 54 W.L. Kraushaar, L.J. Marks. Phys. Rev. 93 (1954) 326
- Kr 58 M. Kretzschmar. Z. Phys. 150 (1958) 247
- La 53 L.D. Landau. Izvestija Akad. Nauk. SSSR 17 (1953) 51 russ.
- La 54 D. Lal, Y. Pal, B. Rama. Proc. Ind. Acad. Sci. A 39 (1954) 127 und Nuovo Cim. Suppl. 12 (1954) 51
- Le 48 H.W. Lewis, I.R. Oppenheimer, S.A. Wouthuysen. Phys. Rev. 73 (1948) 127
- Le 49 L. Leprince-Ringuet, F. Bousser, Hoang-Tschang-Fong, L. Janeau, D. Morrelet. Phys. Rev. 76 (1949) 1273
- Li 56 L. von Lindern. Zeitschr. f. Naturf. 11a (1956) 340 Dipl.-Arbeit, Göttingen (1955)
- Li 57 L. von Lindern. Nuovo Cim. 5 (1957) 491
- Lo 50 J. Lord, J. Fainberg, M. Schein. Phys. Rev. 80 (1950) 970
- Lo 56 E. Lohrmann. Zeitschr. f. Naturf. 11a (1956) 561
- Lo 57 E. Lohrmann. Nuovo Cim. 5 (1957) 1074
- Lo 58 E. Lohrmann, M. Teucher. Phys. Rev. 112 (1958) 587
- Lu 60 Yu.T. Lukin, Zh.S. Takibaev, E.V. Shalagina. JETP 11 (1960) 776
- Ma 52 R.E. Marshak. Meson Physics. McGraw-Hill (1952) New York, Toronto, London
- Ma 59 V.B. Magalinski. Zh. eksper. teor. Fiz. 36 (1959) 93 russ.
- Mc 57 C.B.A. McCusker, F.C. Roesler. Nuovo Cim. 5 (1957) 1136
- Mc 59 I.G. McEwen. Phys. Rev. 115 (1959) 1712
- Me 52 H. Messel, R.B. Potts. Phys. Rev. 88 (1952) 488
- Mi 57 T.A. Milechin, I.L. Rosental. JETP 33 (1957) 197 und Nuovo Cim. Suppl. 8 (1958) 770
- Mi 59^a O. Minakawa, Y. Nishimura, M. Tsuzuki, H. Ymanouchi, H. Aizu, H. Hasegawa, Y. Ishii, S. Tokunaga, Y. Fujimoto, S. Hasegawa, J. Nishimura, K. Niu, K. Nishikawa, K. Imaeda, M. Kazuno. Nuovo Cim. Suppl. 11 (1959) 112, 125

- Mi 59^b S. Miyake, K. Hinotani, I. Katsumata, T. Kaneko.
Journ. Phys. Soc. Jap. 14 (1959) 1471
- Mo 60^a L. Montanet, J.A. Newth, G. Petrucci, R.A. Salmeron,
A. Zichichi. Nuovo Cim. 17 (1960) 166
- Mo 60^b L. Montanet. Dissertation (1960) Paris
- Na 57 M. Namiki, C. Iso. Progr. Theor. Phys. 18 (1957) 591
- Ni 59 K. Nishikawa. Journ. Phys. Soc. Jap. 14 (1959) 880
- Ni 60 B.A. Nikolsky, A.P. Mishakowa. JETP 11 (1960) 1087
- Ok 59 L.B. Akun, I.Ya. Pomerantschuk. Nucl. Phys. 10
(1959) 492
- Pe 60^a D.H. Perkins. Progr. of Cosmic Ray and Elementary
Particle Physics. North Holland Publ. Co. (1960)
Amsterdam
- Pe 60^b D.H. Perkins. Priv. Mitteilung (1960) Bristol
- Pe 60^c J. Pernegr, V. Simák, M. Votruba. Nuovo Cim. 17
(1960) 129
- Pi 60 K. Pinkau. Preprint (1960) Bristol
- Po 41 W.M. Powell. Phys. Rev. 60 (1941) 413
- Po 54 I.Ya. Pomerantschuk. Dokl. Akad. Nauk. SSSR 78 (1951)
889 russ.
- Po 59 C.F. Powell, P.H. Fowler, D.H. Perkins. The Study of
Elementary Particles by the Photographic Method.
Pergamon Press (1959) London-New York-Paris-Los Angeles
- Rö 56 H. Röhrs. Diplomarbeit (1956) Göttingen
- Ro 52 B. Rossi. High Energy Particles. Prentice Hall (1952)
New York
- Ro 56 I.L. Rosental, D.S. Tschernawski. Fortschr. der Physik
4 (1956) 560
- Ro 59 I.L. Rosental. JETP 36 (1959) 943
- Ro 60^a Yu.A. Romanow, D.S. Tschernawski. JETP 11 (1960) 819
- Ro 60^b F. Le Roy, F. Cook jr., J.V. Lepore. Phys. Rev. 120
(1960) 1028
- Sa 59 L.A. Sanko, Zh.S. Takibaev, T.S.I. Shaklova, L.Ya. Balats.
Zh. eksper. teor. Fiz. 37 (1959) 3 russ.
- Sc 54 M. Schein, D.M. Haskin, R.G. Glasser. Nuovo Cim. Suppl.
12 (1954) 355
- Sc 55 M. Schein, R.G. Glasser, D.M. Haskin. Nuovo Cim. 2
(1955) 647

- Sc 57 M. Schein, D.M. Haskin. Conf. on Heavy Mesons and Recently Discovered Particles. Venedig-Padua (1957)
- Sc 59 M. Schein, D.M. Haskin, E. Lohrmann, M. Teucher. Phys. Rev. 116 (1959) 1238
- Sc 60 M. Schein. University of Chicago Reports 10 (1960) 4
- Sh 58 M. Shapiro. Handb. d. Phys. XLV (1958) 342, Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg
- Su 57 K. Suga. Journ. Phys. Soc. Jap. 12 (1957) 1171
- Sy 53 K. Symanzyk. In Heisenberg, Kosmische Strahlung (1953) 164, 558, Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg
- Ta 52 S. Takagi. Progr. Theor. Phys. 7 (1952) 123
- Ta 58 Zh.S. Takibaev. Zh. eksper. teor. Fiz. 35 (1958) 277 russ.
- Te 54 M. Teucher. Nuovo Cim. Suppl. 12 (1954) 361
- Te 55 M. Teucher. Ergebn. exakt. Naturwiss. 28 (1955) 407
- Te 58 M. Teucher, D.M. Haskin, M. Schein. Phys. Rev. 111 (1958) 1384
- Te 59 M. Teucher, E. Lohrmann, D.M. Haskin, M. Schein. Phys. Rev. Lett. 2 (1959) 313
- Wa 53 I.N. Wawilov, S.I. Nikolsky, I. Tukschi. Dokl. Akad. Nauk. SSSR 92 (1953) 233 russ.
- Wa 56 A. Wataghin. Nuovo Cim. 4 (1956) 154
- Wa 59 G. Wataghin. Lectures in Theoret. Phys. Vol. 1 (Boulder) (1959) Interscience Publ. Inc. New York
- Wi 55 R.W. Williams. Phys. Rev. 98 (1955) 1393
- Wo 41 E.O. Wollan. Phys. Rev. 60 (1941) 532
- Zh 58 G.B. Zhdanov, E.A. Zamchalova, M.I. Tretlakova, M.N. Scerbakova. Zh. eksper. teor. Fiz. 34 (1958) 582, 843 russ.

Lebenslauf

Am 15. Januar 1930 wurde ich als Sohn des heute im Ruhestande lebenden Bundesbahn-Oberinspektors Fritz von Lindern und dessen Ehefrau Magda, geb. Helmke, in Oldenburg (Oldb.) geboren. Nach vierjährigem Besuch der Volksschule trat ich Ostern 1940 in die Hindenburg-Schule, Oldenburg, ein und legte dort Ostern 1949 die Reifeprüfung ab.

Vom Sommersemester 1949 bis zum Sommersemester 1951 studierte ich in Freiburg/Brsg. im Hauptfach Physik. Dort legte ich 1951 die Vordiplomprüfung ab und studierte dann ein Jahr in München. Zum Wintersemester 1952/53 zog ich nach Göttingen und übernahm dort im Frühjahr 1953 eine Diplomarbeit am Max-Planck-Institut für Physik, die ich im Februar 1956 mit der Diplomprüfung abschloss.

Vom Sommer 1956 bis Herbst 1957 arbeitete ich als Stipendiat des Istituto Nazionale di Fisica Nucleare am Physikalischen Institut der Universität Padua. Seit Herbst 1957 arbeite ich als wissenschaftlicher Assistent am Max-Planck-Institut für Physik und zog mit diesem 1958 nach München.

